

INTERNATIONAL JOURNAL OF
EDUCATION, PSYCHOLOGY
AND COUNSELLING
(IJEPC)
www.ijepec.com



**KESAN KAEDAH PENYEPADUAN MODEL BAR DIGITAL
DALAM PENYELESAIAN MASALAH POLYA TERHADAP
KEMAHIRAN BERFIKIR ALGEBRA PELAJAR TINGKATAN
SATU**

*THE EFFECT OF THE DIGITAL BAR MODEL WITH POLYA PROBLEM
SOLVING INTEGRATION METHOD ON THE ALGEBRA THINKING SKILLS OF
FORM FOUR STUDENTS*

Janet Jahudin¹, Siew Nyet Moi^{2*}, Mad Noor Madjapuni³

¹ Faculty of Psychology and Education, Universiti Malaysia Sabah, Malaysia
Email: janetjahudin@gmail.com

² Faculty of Psychology and Education, Universiti Malaysia Sabah, Malaysia
Email: sopiah@ums.edu.my

³ Faculty of Psychology and Education, Universiti Malaysia Sabah, Malaysia
Email: mdnoormj@ums.edu.my

* Corresponding Author

Article Info:

Article history:

Received date: 05.06.2024

Revised date: 31.06.2024

Accepted date: 17.07.2024

Published date: 10.09.2024

To cite this document:

Jahudin, J., Siew, N. M., & Madjapuni, M. N. (2024). Kesan Kaedah Penyepaduan Model Bar Digital Dalam Penyelesaian Masalah Polya Terhadap Kemahiran Berfikir Algebra Pelajar Tingkatan Satu. *International Journal of Education, Psychology and Counseling*, 9 (55), 22-43.

DOI: 10.35631/IJEPC.955002

Abstrak:

Secara umumnya, masih kurang kajian empirikal untuk menyokong kesan positif kaedah penyepaduan teknologi digital dalam penyelesaian masalah (PM), walaupun terdapat penegasan bahawa kaedah ini meningkatkan kemahiran berfikir algebra pelajar. Oleh itu, objektif kajian ini adalah untuk menilai sama ada kaedah penyepaduan model bar digital dalam penyelesaian masalah Polya (PMPMB) dapat meningkatkan kemahiran murid Tingkatan Satu untuk berfikir secara algebra. Rangka kerja Ralston, yang merangkumi Aritmetik Generalisasi, Fungsi, dan Pemodelan dalam topik Persamaan Linear, berfungsi sebagai asas untuk penilaian kemahiran berfikir algebra. Reka bentuk kuasi eksperimen kumpulan kawalan ujian pra dan ujian pasca digunakan. Seramai 90 murid Tingkatan Satu, berumur dua belas hingga tiga belas tahun, dari sebuah sekolah menengah di Tambunan, Sabah, Malaysia, terlibat sebagai sampel. Tiga kumpulan pengajaran telah dibentuk: PMPMB ($n = 30$), Model Bar (MB) ($n = 30$), dan Penyelesaian Masalah Konvensional (PMK) ($n = 30$). Kedua-dua ujian pemikiran pra dan pasca algebra ditadbirkan ke atas pelajar. Ujian pasca dianalisis menggunakan MANCOVA dengan keputusan ujian pra pelajar bertindak sebagai kovariat. Keputusan menunjukkan bahawa pelajar dalam kumpulan PMPMB menunjukkan prestasi yang lebih baik dalam

This work is licensed under [CC BY 4.0](#)

Aritmetik Generalisasi, Fungsi dan Permodelan daripada pelajar dalam kumpulan MB, yang seterusnya mengatasi prestasi pelajar dalam kumpulan PMK. Keputusan ini menunjukkan bahawa kaedah penyepaduan model bar digital dalam penyelesaian masalah Polya adalah kaedah yang berjaya untuk meningkatkan kemahiran berfikir algebra pelajar Tingkatan Satu

Kata Kunci:

Kaedah Penyepaduan, Kemahiran Berfikir Algebra, Model Bar Digital, Penyelesaian Masalah Polya, Tingkatan Satu

Abstract:

In general, there is still a lack of empirical studies to support the positive effects of digital technology integration methods in problem solving (PS), although there are assertions that these methods improve students' algebraic thinking skills. Therefore, the objective of this study is to evaluate whether the method of integrating the digital bar model in Polya's problem solving (PPSBM) can improve the skills of Form One students to think algebraically. Ralston's framework, which includes Generalized Arithmetic, Functions, and Modeling in the topic of Linear Equations, serves as the basis for the assessment of algebraic thinking skills. A quasi-experimental design of pre-test and post-test control groups was used. A total of 90 Form One students, aged twelve to thirteen years, from a secondary school in Tambunan, Sabah, Malaysia, were involved as a sample. Three teaching groups were formed: PPSBM ($n = 30$), Bar Model (MB) ($n = 30$), and Conventional Problem Solving (CPS) ($n = 30$). Both pre- and post-algebra thinking tests were administered to students. The post-test was analyzed using MANCOVA with the students' pre-test results acting as covariates. The results showed that students in the PPSBM group performed better in Generalized Arithmetic, Functions and Modeling than students in the MB group, which in turn outperformed students in the CPS group. These results show that the method of integrating the digital bar model in Polya's problem solving is a successful method to improve the algebraic thinking skills of Form One students.

Keywords:

Integration Method, Algebraic Thinking Skills, Digital Bar Model, Polya Problem Solving, Form One

Pengenalan

Kemahiran berfikir algebra adalah kemahiran penting untuk pelajar menyelesaikan masalah matematik. Kemahiran ini memerlukan bukan sekadar aplikasi mudah formula atau algoritma; sebaliknya, lebih kepada pemikiran kritis dan kreatif. Pelajar perlu boleh menganalisis masalah, berfikir secara kreatif, dan menggunakan pelbagai teknik penyelesaian masalah untuk mendapatkan jalan penyelesaian. Pelajar yang bersedia untuk kerja kursus kolej atau universiti dan alam pekerjaan memerlukan kemahiran berfikir algebra. Namun begitu, keputusan *Trends in International Mathematics and Science Study* (TIMSS) menunjukkan bahawa penguasaan pelajar Malaysia dalam kemahiran berfikir algebra untuk penyelesaian masalah masih di bawah penanda aras yang diharapkan (Mullis, 2017). Hanya 5% pelajar Malaysia dapat mengaplikasi, menaakul dan membuat generalisasi apabila menyelesaikan masalah algebra.

Salah satu halangan utama untuk mempelajari penyelesaian masalah bukan rutin, menurut Stacey (2005), ialah pelajar memerlukan pelbagai kemahiran untuk menyelesaikan masalah. Akibatnya, mendidik pelajar dalam penyelesaian masalah dianggap sebagai usaha yang mencabar (Dendane, 2009). Menurut Reiss dan Renkl (2002) dan Novotná (2014), strategi heuristik dianggap penting untuk meningkatkan kemahiran menyelesaikan masalah bukan rutin. Penyelesaian heuristik, pada pandangan Pólya (1945), adalah berkenaan dengan memahami urutan langkah yang membawa kepada penyelesaian yang berjaya bagi situasi masalah, terutamanya proses mental yang terlibat dalam membuat perkaitan, penyatuan, dan perbandingan semasa proses penyelesaian masalah. Berdasarkan kerja Polya, pendekatan heuristik ini terdiri daripada empat peringkat berbeza: memahami masalah, menghasilkan pelan tindakan, melaksanakan strategi yang dipilih, dan akhir sekali, menilai dan memperhalusi penyelesaian yang diperoleh. Pendekatan penyelesaian masalah heuristik dalam pendidikan algebra memberi tumpuan kepada pengajaran dan pembelajaran konsep algebra melalui aktiviti yang berkait rapat dengan tetapan kontekstual tertentu. Ini bermakna menangani isu dunia sebenar yang mungkin tidak jelas atau mudah kerana kerumitannya. Kaedah heuristik merupakan salah satu pendekatan berdasarkan teori konstruktivisme dan telah terbukti memberikan impak positif dalam kemenjadian pelajar (Wakhata et al., 2023; Desyarti Safarini et al., 2021), namun masih kurang kajian yang membincangkan penyepaduan kaedah heuristik dengan teknologi digital berkaitan dengan penyelesaian masalah algebra. Maka dengan itu, kajian ini mengetengahkan aplikasi teknologi digital dalam penyelesaian masalah algebra sebagai usaha untuk memupuk pemikiran algebra pelajar dengan menggunakan kaedah penyepaduan model bar digital dalam penyelesaian masalah Polya (PMPMB) sebagai bahan manipulatif kepada penyelesaian masalah algebra. MBD merupakan gabungan kaedah model bar dengan aplikasi digital yang juga berfungsi sebagai strategi yang dilaksanakan pada langkah ketiga di dalam Model Penyelesaian Masalah Polya.

Tinjauan Literatur

Persekitaran Pembelajaran untuk Membangunkan Kemahiran Berfikir Algebra

Mempelbagaikan strategi pengajaran untuk topik algebra adalah penting untuk memupuk kemahiran berfikir algebra pelajar (Blanton & Kaput, 2003; Blanton et al., 2019a, 2019b). Penekanan kepada pendekatan berpusatkan pelajar dalam pendidikan abad ke-21 telah membawa kepada persepsi bahawa kaedah pengajaran konvensional adalah tidak mencukupi. Ramsden (1992) dan Anthony dan Walshaw (2009) mencadangkan pengajaran yang berkualiti memerlukan pendekatan yang sistematik dan penggunaan tugas yang menggalakkan penyertaan dan kerjasama pelajar secara aktif, sekali gus membangunkan kompetensi pelajar. Kaedah penyelesaian masalah, seperti yang dicadangkan oleh Lesh dan Zawojewski (2007), adalah berkesan dalam menggalakkan pembelajaran berpusatkan pelajar dan memupuk kemahiran berfikir algebra. Radford (2014) dan Boaler dan Sengupta-Irving (2016) berpendapat bahawa aktiviti bilik darjah yang direka khas adalah perlu untuk menyokong perkembangan pelajar dalam algebra formal dan menggalakkan pemikiran algebra. Selain itu, Gurtner (1992), Godwin dan Beswetherick (2003), disokong oleh Hegedus dan Kaput (2005), mencadangkan tugas berstruktur, penggunaan alat digital yang sesuai, dan intervensi eksplisit yang melibatkan interaksi pelajar bagi memupuk kemahiran berfikir algebra pelajar di dalam bilik darjah.

Kesan Teknologi Digital dan Penyelesaian Masalah terhadap Pemikiran Algebra Pelajar

Masih terdapat sedikit data empirikal yang menyokong faedah kaedah penyepaduan teknologi digital dalam penyelesaian masalah di dalam bilik darjah Malaysia, walaupun terdapat

penegasan mengenai kesan positif kaedah ini terhadap kemahiran berfikir algebra pelajar. Mustaffa et al. (2018) menegaskan dalam kajian mereka bahawa penyepaduan penaakulan algebra di dalam pembelajaran penyelesaian masalah berpotensi untuk membantu pendidik dalam meningkatkan pengajaran dan pembelajaran algebra. Penyepaduan penaakulan algebra di dalam konteks penyelesaian masalah pelajar boleh membangunkan pemahaman yang lebih mendalam tentang algebra dan aplikasi praktikalnya. Penggunaan rangka kerja ini berdaya maju dalam persekitaran pembelajaran maya, membolehkan pelajar terlibat dalam aktiviti penaakulan algebra dengan fleksibiliti dan kebolehsuaian. Penyelidikan oleh Vagner Campeão dan Carvalho (2021), membincangkan pembangunan Algebrizar, sebuah applet yang direka untuk menggalakkan pemikiran algebra di awal persekolahan. Algebrizar menyepadukan pendekatan bermain dalam penyelesaian masalah, menganggapnya seperti permainan dengan denai dan skor untuk menggalakkan pelajar berfikir secara algebra. Perisian digital seperti ini menyelaraskan program dengan kecekapan dan kemahiran yang diperlukan oleh kurikulum rasmi untuk kumpulan pelajar sekolah rendah. Namun pelaksanaan pembelajaran berasaskan teknologi digital haruslah dijalankan secara sistematik memandangkan alat digital kadangkala gagal memberikan pengalaman pembelajaran konkrit untuk memahami konsep algebra (Hattie & Yates, 2013). Menurut kajian Baysal dan Sevinc (2021), penggunaan kaedah model bar dalam pengajaran matematik dapat membantu pelajar memahami algebra dengan lebih baik dan menyelesaikan masalah dengan lebih berkesan, seterusnya dapat membantu mereka mengembangkan kemahiran berfikir algebra. Kajian ini yang menyepadukan penyelesaian heuristik model bar dan teknologi digital melalui Modul KBA dilihat berupaya membuka ruang yang sistematik dan berstruktur di samping memberikan satu pengalaman yang konkrit melalui pembelajaran visual model bar yang secara langsung membantu mengembangkan kemahiran berfikir algebra pelajar melalui proses penyelesaian masalah algebra.

Lukisan model bar adalah taktik yang berguna untuk meningkatkan ketepatan pelajar dalam penyelesaian masalah berayat aritmetik dan keupayaan mereka untuk menggunakan strategi kognitif (Morin et al., 2017). "Kaedah model" dalam pengajaran matematik di sekolah rendah Singapura terutamanya menggunakan gambar rajah bar untuk membantu pelajar menggambarkan struktur masalah yang terdapat dalam masalah berayat. "AlgeBAR" ialah alat perisian yang dicipta untuk mempertingkatkan pembelajaran proses algebra, khususnya rumusan persamaan, seperti diterangkan oleh Looi et al. (2007). Pedagogi ini dibantu dengan teknologi digital, bertujuan untuk menyokong pelajar dalam peralihan daripada rajah bar kepada penyelesaian masalah algebra untuk membangunkan kemahiran berfikir algebra dalam kalangan pelajar. Oleh itu kajian ini telah mengambil inisiatif untuk menggunakan strategi model bar dalam kaedah PMPMB dan MB sebagai bahan bantu berbentuk visual dalam perwakilan masalah algebra untuk membantu keupayaan pelajar menyelesaikan masalah algebra dan secara langsung meningkatkan kemahiran berfikir algebra pelajar.

Penyepaduan Model Digital Bar dalam Model Penyelesaian Masalah Polya

Costa dan Brandt (2001) berpendapat bahawa memberi arahan kepada pelajar tentang proses berfikir, yang menekankan pemikiran sebagai bahan pelajaran, adalah tidak mencukupi untuk memudahcara pembelajaran berfikir yang berkesan. Costa dan Brandt berpendapat bahawa penggunaan strategi pengajaran yang dirujuk sebagai "pengajaran untuk berfikir," adalah penting untuk mewujudkan iklim bilik darjah yang menggalakkan pemikiran. Pembelajaran Berasaskan Pemikiran adalah kaedah yang disarankan oleh Swartz dan rakan-rakannya (Swartz & Parks, 1994; Swartz et al., 2007). Ia melibatkan pengajaran kandungan kurikulum dan kemahiran berfikir pada masa yang sama dalam sesuatu pelajaran. Beyer (1997) menyatakan bahawa peningkatan pembelajaran berasaskan pemikiran boleh dicapai melalui integrasi

pengajaran untuk berfikir dan pengajaran tentang pemikiran. Penyepaduan kedua-dua pendekatan ini menghasilkan proses pembelajaran berasaskan pemikiran yang lebih eksplisit, sistematik, jelas dan berfokus.

Sehubungan itu, kajian ini melaksanakan kaedah penyepaduan di dalam proses menyelesaikan masalah algebra, terutamanya menyepadukan bar model digital dalam penyelesaian masalah Polya sebagai panduan pengajaran tentang pembangunan kebolehan kognitif dan penaakulan. Melalui penggunaan bar model digital yang berfungsi sebagai alat untuk memupuk pertumbuhan kognitif, pelajar menerima arahan eksplisit untuk meningkatkan kemahiran berfikir dalam rangka kaedah penyepaduan ini. Kemudian, pelajar diminta menggunakan model bar digital untuk menyelesaikan masalah algebra menggunakan model Polya (pengajaran untuk berfikir). Kajian ini menggunakan kaedah penyepaduan komprehensif, di mana setiap masalah algebra diselesaikan dengan melengkapkan langkah-langkah Polya dan model bar digital secara serentak.

Rangka Kerja Kemahiran Berfikir Algebra Ralston

Kemahiran Berfikir Algebra Ralston berfungsi sebagai asas untuk kerangka pemikiran algebra yang digunakan dalam kajian ini. Tiga kategori utama kemahiran berfikir algebra telah dikenal pasti oleh Kaput et al. (2008): Aritmetik Generalisasi, Fungsi dan Pemodelan. Maklumat lanjut tentang aspek berkaitan ketiga-tiga konstruk ini telah disediakan oleh Ralston (2013). Pengiraan dan pengitlakan yang cekap adalah komponen utama dalam Aritmetik Generalisasi. Pengecaman corak nombor ialah komponen kemahiran berfikir berfungsi, manakala penyelesaian masalah terbuka, pengesanan persamaan, dan pengiraan pembolehubah adalah komponen Pemodelan.

Aritmetik Generalisasi

Aritmetik Generalisasi (AG), seperti yang diterangkan oleh Kaput et al. (2008), merangkumi kajian sistem dan struktur algebra, menggabungkan hukum hubungan dan pengiraan dalam Matematik. Fujii dan Stephens (2001) mencadangkan bahawa pengajaran AG boleh memajukan perkembangan pelajar dalam pemikiran algebra, beralih dengan lancar daripada aritmetik asas. AG adalah proses pemikiran yang ditakrifkan dalam kesusasteraan sebagai kebolehan untuk membezakan dan melambangkan pola dalam istilah matematik (Mason, 1989; Sfard & Linchevski, 1994). AG sangat bergantung pada kemahiran seseorang untuk mengkonseptualisasikan dan menggunakan generalisasi dan kaedah perwakilan yang sesuai untuk menyampaikan generalisasi ini dengan berkesan. AG ini boleh dibangunkan dan seterusnya memupuk pertumbuhan keupayaan pemikiran algebra (Carpenter et al., 2005; Jacobs et al., 2007).

Fungsi

Menurut kajian Blanton dan Kaput (2005), pelajar sekolah menengah rendah berkebolehan menggunakan pelbagai perwakilan apabila mereka melakukan penaakulan fungsi. Ini merangkumi keupayaan untuk mensimulasikan dan menyelesaikan persamaan dengan kuantiti tak tentu yang menggunakan bahasa simbolik, serta kebolehan dalam menyatakan kovariasi, hubungan rekursif, dan pepadanan data secara lisan dan simbolik. Penyelidikan yang dijalankan oleh Brizuela dan Lara-Roth (2001), Carraher et al. (2007), Carraher dan Schliemann (2007) dan Moss London McNab (2011) menyokong penemuan yang dikemukakan oleh Blanton dan Kaput (2004). Menurut analisis yang dijalankan oleh Blanton dan Kaput (2004) dengan pelajar Tahun Lima, perancah boleh membantu pelajar mengembangkan kemahiran berfikir algebra fungsi. Proses kognitif pelajar boleh dibentuk

dengan cara yang menggalakkan kefahaman data yang lebih mendalam dan keupayaan untuk mentafsir hubungan fungsi dengan lebih berkesan dengan memperkenalkan jadual, graf, gambar, perkataan dan simbol secara beransur-ansur.

Pemodelan

Ralston (2013) menekankan bahawa pemodelan memainkan peranan penting dalam memupuk kemahiran berfikir algebra. Ini melibatkan pengiraan yang melibatkan pembolehubah, memahami persamaan, dan menyelesaikan ayat bernombor terbuka. Pelajar secara tidak langsung diperkenalkan dengan pembolehubah dan nilai yang tidak diketahui melalui tugasan yang memerlukan pengisian tempat kosong dengan nilai. Ini membantu pelajar memahami bagaimana operasi aritmetik yang berbeza berkaitan antara satu sama lain. Di samping itu, beberapa ahli akademik menekankan kepentingan kesaksamaan dalam membantu pelajar mengembangkan kebolehan berfikir algebra (Carpenter et al., 2005; Rittle-Johnson & Alibali, 1999). Riley-Johnson dan Alibali (1999) menjelaskan bahawa simbol "sama dengan" merangkumi tiga konotasi yang berbeza: kebolehbandingan dua magnitud, sambungan, dan kewujudan dua komponen dalam persamaan. Walau bagaimanapun, kajian menunjukkan bahawa ramai pelajar bergelut untuk memahami pembolehubah, terutamanya apabila menggunakannya secara simbolik dalam algebra (Küchemann, 1978; Usiskin, 1988).

Tujuan dan Hipotesis

Kajian terdahulu menunjukkan bahawa penggunaan penyelesaian masalah dalam proses pembelajaran banyak meningkatkan pemikiran algebra pelajar. Selain itu, pelbagai kajian memberikan bukti bahawa penyepaduan penyelesaian masalah dan alat berfikir memupuk kemahiran berfikir algebra pelajar. Walaupun kaedah penyepaduan ini menjanjikan peningkatan elemen utama pemikiran algebra, sejauh mana kesan positifnya terhadap kemahiran berfikir algebra pelajar Tingkatan Satu masih tidak jelas. Oleh itu, objektif utama penyelidikan ini adalah untuk menentukan sejauh mana kaedah penyepaduan model bar digital dalam penyelesaian masalah Polya dapat memupuk kemahiran berfikir algebra pelajar Tingkatan Satu.

Bagi menentukan sejauh mana intervensi ini menyokong pemikiran algebra pelajar, penyelidikan ini menggunakan kaedah penyepaduan model bar digital dengan penyelesaian masalah Polya (PMPMB) dan kaedah pengajaran model bar (MB) untuk menguji hipotesis "kaedah penyepaduan " terhadap hipotesis "kaedah tanpa penyepaduan ". Tambahan pula, kajian menilai sejauh mana kaedah pengajaran PMPMB dan MB mempunyai kesan terhadap kemahiran berfikir algebra pelajar, berbanding kaedah Penyelesaian Masalah Konvensional (PMK). Oleh itu, PMPMB, MB, dan PMK merupakan tiga kaedah pengajaran yang digunakan dalam kajian ini. Oleh itu, hipotesis alternatif berikut telah dikemukakan:

Pelajar yang diajar melalui kaedah pengajaran PMPMB akan menunjukkan prestasi yang lebih tinggi berbanding pelajar yang diajar melalui kaedah pengajaran MB, yang seterusnya akan menunjukkan prestasi yang lebih tinggi berbanding pelajar yang diajar melalui kaedah pengajaran PMK dalam kemahiran berfikir algebra.

Oleh itu, tujuan kajian ini adalah untuk menentukan sejauh mana kaedah pengajaran PMPMB boleh menyokong pembangunan kemahiran berfikir algebra pelajar Tingkatan Satu dalam konstruk i) Aritmetik Generalisasi; ii) Fungsi; dan iii) Permodelan. Bagi memastikan sama ada kaedah pengajaran Model Bar yang lain sama kesannya dalam mencapai hasil pelajar yang

dihasilkan, kajian ini membandingkan antara dua kaedah yang berbeza iaitu kaedah Polya dengan Model Bar, dan kaedah Polya tanpa Model Bar. Justeru, tujuan kajian ini dijalankan adalah untuk menentukan sama ada pelajar mendapat kesan positif secara signifikan daripada tiga kaedah pengajaran berbeza dalam membangunkan kemahiran berfikir algebra.

Metodologi Kajian

Reka Bentuk

Untuk menentukan bagaimana tiga kaedah pengajaran berbeza memberi kesan terhadap kemahiran berfikir algebra dalam kalangan pelajar Tingkatan Satu, kajian ini menggunakan reka bentuk kuasi eksperimen kumpulan kawalan ujian pra ujian pasca. Pembolehubah tidak bersandar ialah tiga kaedah pengajaran: PMPMB dan MB (Kumpulan eksperimen) dan PMK (Kumpulan kawalan). Pembolehubah bersandar ialah kemahiran berfikir algebra pelajar, khususnya dalam Aritmetik Generalisasi (AG), Fungsi (F) dan Permodelan (M).

Sampel

Seramai 90 pelajar Tingkatan Satu dari sebuah sekolah menengah kebangsaan luar bandar di Tambunan, Sabah, Malaysia, mengambil bahagian sebagai sampel kajian. Sekolah ini dipilih melalui persampelan bertujuan berdasarkan persamaan sosio-demografi di mana pelajar mempunyai persamaan dari segi umur dan etnik. Pelajar terdiri daripada 48 (53.3%) perempuan dan 42 (46.7%) lelaki berumur 13 tahun. Tiga kelas telah dipilih berdasarkan skor min ujian pra yang hampir sama dicapai oleh pelajar dalam Ujian Pemikiran Algebra (UPA). dan kemudian kelas tersebut diagihkan secara rawak kepada kumpulan intervensi: PMPMB, MB, atau PMK.

Etika Penyelidikan

Pengkaji mendapat kerjasama dan kebenaran daripada Bahagian Perancangan Dan Penyelidikan Dasar Pendidikan, Kementerian Pendidikan Malaysia, Jabatan Pendidikan Negeri Sabah dan seterusnya pihak sekolah untuk menjalankan kajian. Pengkaji juga mendapat persetujuan daripada ibu bapa atau penjaga murid yang terlibat. Di samping itu, pengkaji mendapat kebenaran responden untuk penyertaan mereka dalam penyelidikan. Kebenaran itu diperoleh melalui dokumen bertulis. Pengkaji menjelaskan tujuan penyelidikan dan menjelaskan bahawa data tersebut digunakan sebagai data empirikal untuk kajian. Maklumat yang dikumpul hanya untuk tujuan penyelidikan, dan identiti peserta tidak akan didedahkan.

Instrumen

Penyelidik membangunkan alat penilaian yang dikenali sebagai Ujian Pemikiran Algebra (UPA) untuk menilai kemahiran berfikir algebra pelajar (Jahudin & Siew, 2023). Dua UPA yang sama dan selari digunakan sebagai ujian pra dan ujian pasca. Sembilan soalan terbuka dan subjektif membentuk setiap UPA. Soalan-soalan tersebut diwujudkan menggunakan kandungan Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Matematik Tingkatan Satu dan Standard Kurikulum Sekolah Menengah (Bahagian Pembangunan Kurikulum, 2017), dengan penekanan khusus diberikan kepada algebra dan hubungan.

Semua item pada UPA menunjukkan nilai positif, dengan skor PTMEA-CORR antara 0.46 hingga 0.92, menunjukkan penajaran dengan konstruk yang diukur. UPA menunjukkan kebolehpercayaan yang tinggi, dengan pekali alfa Cronbach (KR-20) sebanyak 0.90. Selain itu, indeks pemisahan item 6.29 melepasi ambang 3.0, dan skor kebolehpercayaan item 0.98 berada dalam julat cemerlang (Sumintono & Widhiarso, 2015). Keputusan ini menunjukkan bahawa

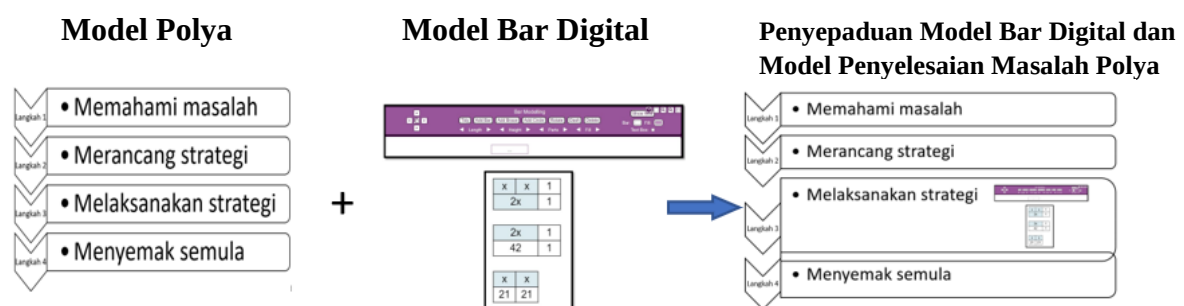
UPA merupakan alat penilaian yang sah dan boleh dipercayai untuk menilai pemikiran algebra dalam kalangan pelajar Tingkatan Satu.

Pelaksanaan Kaedah Pengajaran

PMPMB

Kebolehpercayaan dan kesahan yang tinggi didapati dalam modul Kemahiran Berfikir Algebra (KBA), yang dibangunkan menggunakan model Polya (1945) dan model bar digital (Jahudin & Siew, 2023). Intipati utama dalam Modul KBA ialah Model Penyelesaian Masalah Polya (1945), yang terdiri daripada empat peringkat: (i) memahami masalah, (ii) merangka rancangan, (iii) melaksanakan rancangan, dan (iv) merenung jalan penyelesaian.

Penyepaduan model bar digital dalam model penyelesaian masalah Polya untuk pelajar Tingkatan Satu merangkumi enam aktiviti pembelajaran bagi tajuk Persamaan Linear. Dalam kajian ini, kaedah PMPMB terlibat menggunakan modul KBA dan kaedah model bar digital untuk membantu pelajar menyelesaikan masalah algebra yang memerlukan kemahiran berfikir algebra. Pelaksanaan strategi, langkah ketiga dalam model penyelesaian masalah Polya, menggabungkan model bar digital sebagai strategi tambahan (Rajah 1). Modul KBA adalah berpusatkan pelajar, dengan guru hanya bertindak sebagai fasilitator. Modul ini merangkumi sebanyak enam aktiviti pembelajaran telah dirancang di bawah bidang perkaitan dan algebra Matematik Tingkatan Satu KSSM dan setiap unit pembelajaran dalam modul ini merangkumi tiga misi penyelesaian masalah algebra yang mengambil masa selama 60 minit. Selain mengutamakan penyelesaian heuristik yang diadaptasi daripada Ng dan Lee (2009), kaedah penyelesaian masalah juga mempertimbangkan kaedah percubaan jaya, pembalikan, penghapusan, dan penggantian dalam menyelesaikan masalah algebra, khususnya dalam Persamaan Linear, seperti yang digariskan dalam KSSM dan DSKP bagi Matematik Tingkatan Satu.



Rajah 1: Penyepaduan Model Bar Digital Dalam Model Penyelesaian Masalah Polya

MB

Kaedah MB ialah kaedah pengajaran dan pembelajaran yang mendedahkan pelajar kepada soalan penyelesaian masalah algebra yang memerlukan kemahiran berfikir algebra, sama seperti yang terdapat dalam modul KBA. Walau bagaimanapun, ia mengubah kaedah model Bar Digital kepada kaedah model Bar dengan meminta pelajar mencipta lukisan bar mereka sendiri, yang digunakan dalam Model Penyelesaian Masalah Polya pada fasa pelaksanaan, iaitu langkah ketiga. Sama seperti PMPMB, kaedah model bar ini juga diadaptasi daripada Ng dan Lee (2009); seperti PMPMB, ia berpusatkan pelajar, dengan guru hanya berperanan sebagai fasilitator. Seperti yang dinyatakan dalam KSSM dan DSKP Matematik Tingkatan Satu,

aplikasi model bar dalam kaedah ini juga mengambil kira pendekatan alternatif untuk menyelesaikan masalah algebra, khususnya dalam topik persamaan linear.

PMK

Kaedah penyelesaian masalah konvensional merupakan kaedah pengajaran dan pembelajaran di mana pelajar didedahkan dengan soalan penyelesaian masalah algebra yang melibatkan kemahiran berfikir algebra seperti yang terdapat dalam modul KBA. Kaedah penyelesaian masalah konvensional memberi penekanan kepada pembelajaran algebra berpusatkan pelajar seperti yang dinyatakan dalam KSSM dan DSKP Matematik Tingkatan Satu. Kaedah penyelesaian masalah seperti percubaan dan ralat, pembalikan, kaedah graf, penyingkiran, dan penggantian diaplikasikan dalam penyelesaian masalah algebra melalui Model Polya khususnya dalam topik Persamaan Linear tanpa menggunakan model bar digital atau model bar biasa.

Latihan Guru

Kajian ini melibatkan seorang guru yang menamatkan program latihan dan bimbingan khusus selama dua minggu yang tertumpu kepada pelaksanaan kaedah pengajaran PMPMB, MB, dan PMK. Sebelum kajian dimulakan, guru menerima modul KBA yang menyeluruh yang merangkumi butiran tentang pendekatan Polya untuk menyelesaikan masalah, model bar digital, kemahiran berfikir algebra dan jawapan yang dicadangkan untuk setiap tugas. Selain itu, guru dilatih memudahcara aktiviti berkumpulan melalui kaedah PMPMB. Melalui lawatan susulan secara berulang, penyelidik memerhati guru dengan teliti untuk memastikan pelaksanaannya boleh dipercayai dan konsisten. Guru tersebut dipilih berdasarkan kesediaan dan kesanggupan beliau untuk mengambil bahagian dalam kajian serta pengalaman mengajar Matematik selama lebih sepuluh tahun. Seorang guru telah ditugaskan untuk mengajar tiga kelas masing-masing menggunakan PMPMB, MB, dan PMK untuk mengelakkan sebarang bias. Guru menjalankan intervensi dalam tiga kelas berbeza dalam tempoh 10 minggu antara Oktober dan November 2022, menggunakan kaedah pengajaran dan pembelajaran yang berbeza dalam setiap kelas.

Analisis Data

Analisis Awal

Analisis awal telah dijalankan untuk menentukan sama ada andaian prasyarat untuk MANOVA dan MANCOVA telah dipenuhi. Analisis tertumpu kepada andaian berikut untuk ujian statistik: (a) taburan normal multivariate; (b) kesamaan matriks kovarians; (c) hubungan linear antara kovariat dan pembolehubah bersandar; (d) ketiadaan multikolineariti; dan (e) kehomogenan varians dalam pembolehubah bersandar.

Penyelidikan Pra-Eksperimen

Matlamat utama penyelidikan pra-eksperimen adalah untuk menentukan sama ada responden dalam tiga kumpulan pengajaran mempunyai pengetahuan sedia ada yang sama tentang pra-pemikiran algebra (pra-PA), pra-Aritmetik Generalisasi (pra-AG), pra-Fungsi (pra-F), dan pra-Pemodelan (pra-M). Ujian analisa sehalu MANOVA telah dilakukan untuk memastikan sama ada terdapat perbezaan statistik yang signifikan dalam skor min pada pra- AG, pra-F, dan pra-M antara ketiga-tiga kumpulan. Ujian ANOVA sehalu telah dilakukan untuk memastikan sama ada terdapat perbezaan statistik yang signifikan antara pelajar dalam setiap tiga kumpulan pengajaran pada pra-KBA, pra-AG, pra-F, dan pra-M dalam situasi di mana ujian multivariate keseluruhan (MANOVA) tidak menghasilkan keputusan yang signifikan.

Analisis kovarians Multivariat (MANCOVA) telah dijalankan untuk melihat kesan utama tiga pendekatan pengajaran yang berbeza terhadap pelajar dalam pasca-KBA, pasca-AG, pasca-F, dan pasca-M dengan mengawal kovariat (pra-AG, pra-F dan pra-M). Sebarang perbezaan yang tidak perlu antara kumpulan boleh diambil kira dengan menghabuskan kesan kovariat daripada pembolehubah bersandar menggunakan MANCOVA (Hair et al., 1998). Ujian univariat ANCOVA telah dilakukan pada skor min ujian pasca menggunakan skor min ujian pra sebagai kovariat jika ujian multivariat keseluruhan (MANCOVA) menghasilkan keputusan yang signifikan. Ini dilakukan untuk menentukan sama ada kumpulan pengajaran mempunyai kesan utama yang signifikan secara statistik pada pasca-KBA, pasca-AG, pasca-F, dan pasca-M.

Andaian yang diperlukan oleh SPSS for Windows (Versi 22) untuk analisis statistik MANCOVA/MANOVA dan inferensi telah diperiksa. Lambda Wilk telah digunakan untuk menilai perbezaan multivariat dalam kajian ini, dengan tahap keertian .05. Ujian ini kerap digunakan di dalam analisis multivariate untuk melihat perbezaan antara cara kumpulan subjek yang dikenal pasti pada pelbagai pembolehubah bersandar (Everitt & Dunn, 1991). *Eta Kuasadua* (η^2) digunakan untuk mengira saiz kesan (f). Berdasarkan pencirian anggaran Cohen (Cohen 1988, ms 284–288), $0.2 \leq f \leq 0.4$ dianggap sebagai saiz kesan kecil, $0.4 < f \leq 0.7$, saiz kesan sederhana, dan $0.7 < f \leq 1.0$, saiz kesan besar.

Hasil Dapatan

Analisis Awal

Pemeriksaan awal menunjukkan bahawa terdapat varian yang sama antara pembolehubah bersandar, data menepati taburan normal multivariat, hubungan linear wujud antara kovariat dan pembolehubah bersandar, tiada isu dengan multikolineariti, dan semua prasyarat pembolehubah tunggal dan berbilang, untuk MANOVA/MANCOVA telah dipenuhi. Walau bagaimanapun, kajian mendapati pelanggaran dalam andaian matrik kovarians sama antara kumpulan dalam kedua-dua Pra KBA (Box M = 27.592, $F(10, 16082.869) = 2.553$, $p < .01$) dan Pasca KBA (Box M = 47.994, $F(12, 36680.538) = 3.795$, $p < .01$). Menurut Grice dan Iwasaki (2007), jejak Pillai adalah langkah yang mantap untuk mengatasi pelanggaran andaian matrik kovarians sama antara kumpulan dalam MANOVA dan MANCOVA. Oleh itu, jejak Pillai digunakan sebagai kriteria multivariat untuk menentukan kepentingan model dalam mentafsir hasil analisis.

Statistik Deskriptif

Jadual 1 memberikan gambaran keseluruhan statistik deskriptif bagi markah ujian pra dan pasca pelajar dalam kemahiran berfikir algebra, meliputi Aritmetik Generalisasi (AG), Fungsi (F), dan Permodelan (M).

Jadual 1: Statistik Deskriptif Pembolehubah Bersandar

Pembolehubah Bersandar	Intervensi Kumpulan	N	Ujian Pra		Ujian Pasca	
			M	SD	M	SD
Kemahiran Berfikir Algebra (KBA)	PMPMB	30	4.43	1.04	24.67	2.45
	MB	30	4.47	1.38	18.67	2.68
	PMK	30	5.93	2.48	13.00	2.98
	Total	90	4.94	1.48	18.78	5.49
Aritmetik Generalisasi (AG)	PMPMB	30	1.47	0.57	7.30	1.12
	MB	30	1.40	0.56	5.50	1.08
	PMK	30	1.70	0.59	3.83	0.87

	Total	90	1.52	0.58	5.58	1.72
Fungsi (F)	PMPMB	30	1.27	0.45	9.33	1.40
	MB	30	1.30	0.53	6.50	1.20
	PMK	30	1.73	0.58	4.47	1.22
	Total	90	1.43	0.56	6.77	2.37
Pemodelan (M)	PMPMB	30	1.70	0.53	8.13	1.14
	MB	30	1.77	0.63	6.70	1.58
	PMK	30	2.57	0.73	4.60	1.73
	Jumlah	90	2.01	0.74	6.48	2.08

Keputusan Penyelidikan Pra-Eksperimen

Analisis MANOVA

Tiada perbezaan yang signifikan secara statistik antara tiga kumpulan dalam Pra-KBA, Pra-AG, Pra-F, dan Pra-M, mengikut keputusan MANOVA dan ANOVA (Jadual 2).

Jadual 2: Ringkasan Keputusan Analisis MANOVA dan ANOVA pada Skor Min Pra-Ujian

Kesan MANOVA dan pembolehubah bersandar	Multivariate, <i>F</i>	Univariate, <i>F</i>
Kesan Kumpulan	$df = 8, 162$ Pillai's Trace $F = 12.462, P = .05$	2, 58.815
Pra- KBA		$F = 2.625, p = .078$
Pra-AG		$F = 1.729, p = .184$
Pra-F		$F = 2.279, p = .108$
Pra-M		$F = 1.029, p = .362$

Hasil Kajian Eksperimen

Keputusan MANCOVA menunjukkan kaedah pengajaran mempunyai kesan utama yang signifikan terhadap pembolehubah bersandar [Pillai's Trace = .762, $F(8, 162) = 12.462, p < .05$]. ANCOVA seterusnya menunjukkan bahawa kaedah pengajaran mempunyai kesan utama yang signifikan terhadap KBA [$F(2, 110.946) = 824.890, p < .05, \eta^2 = .721$], AG [$F(2, 82.916) = 86.142, p < .05, \eta^2 = .659$], F [$F(2, 93.429) = 149.846, p < .05, \eta^2 = .685$], dan M [$F(2, 29.714) = 69.414, p < .05, \eta^2 = .409$]. Didapati terdapat korelasi yang kukuh antara kaedah pengajaran dan pembolehubah bersandar, bermakna kaedah pengajaran menyumbang 72.1% daripada varians dalam KBA, 65.9% dalam AG, 68.5% dalam F, dan 40.9% dalam M.

Analisis seterusnya menggunakan ujian Post hoc berpasangan menunjukkan bahawa pelajar Tingkatan Satu yang menggunakan kaedah PMPMB menunjukkan prestasi yang lebih baik secara signifikan dalam KBA, AG, F, dan M berbanding rakan mereka dalam kumpulan MB ($P_{KBA} < .05, P_{AG} < .05, P_F < .05, \text{ dan } P_M < .05$, masing-masing). Pelajar-pelajar ini kemudiannya mengatasi prestasi rakan sebaya mereka secara signifikan dalam kumpulan PMK ($P_{KBA} < .05, P_{AG} < .05, P_F < .05, \text{ dan } P_M < .05$, masing-masing). Akibatnya, penyelidik gagal menolak hipotesis alternatif yang dipostulatkan dalam penyelidikan.

Jadual 3 menunjukkan saiz kesan yang signifikan dan sangat besar apabila membandingkan kaedah pengajaran PMPMB dan PMK dalam KBA (4.27), AG (3.36), F (3.70), dan M (2.41). Dalam pada itu, perbandingan antara PMPMB dan MB dalam KBA (2.33), AG (1.64), F (2.18), dan M (1.04) menunjukkan saiz kesan yang signifikan dan bercampur besar dan sederhana besar dalam analisis. Sebaliknya, membandingkan MB dan PMK dalam KBA (2.03), AG (1.60), F (1.68), dan M (1.27), menunjukkan saiz kesan yang signifikan dan sederhana besar.

Jadual 3: Ringkasan Perbandingan Berpasangan Post Hoc

	Kumpulan Perbandingan	MD	P	Kesan	Tafsiran
Kemahiran Berfikir Algebra (KBA)	PMPMB lwn MB	5.996	< .05	2.33	Besar
	PMPMB lwn PMK	11.497	< .05	4.27	Besar
	MB lwn PMK	5.501	< .05	2.03	Besar
Aritmetik Generalisasi (AG)	PMPMB lwn MB	1.781	< .05	1.64	Besar
	PMPMB lwn PMK	3.433	< .05	3.36	Besar
	MB lwn PMK	1.652	< .05	1.60	Besar
Fungsi (F)	PMPMB lwn MB	2.820	< .05	2.18	Besar
	PMPMB lwn PMK	4.683	< .05	3.70	Besar
	MB lwn PMK	1.863	< .05	1.68	Besar
Pemodelan (M)	PMPMB lwn MB	1.430	< .05	1.04	Besar
	PMPMB lwn PMK	3.381	< .05	2.41	Besar
	MB lwn PMK	1.951	< .05	1.27	Besar

Perbincangan

Secara umumnya, dapatan kajian ini menunjukkan bahawa pelajar yang diajar menggunakan kaedah PMPMB mencapai tahap prestasi yang lebih tinggi secara signifikan berbanding pelajar yang diajar menggunakan kaedah MB. Di samping itu, didapati bahawa pelajar yang diajar menggunakan kaedah MB mencapai tahap prestasi yang jauh lebih tinggi berbanding dengan mereka yang diajar menggunakan kaedah PMK dalam kemahiran berfikir algebra, termasuk Aritmetik Generalisasi, Fungsi dan Permodelan. Apabila membandingkan kaedah PMPMB dan PMK, dan kaedah PMPMB dan MB, masing-masing, terdapat saiz kesan yang signifikan lebih daripada satu (1), menunjukkan bahawa kaedah PMPMB adalah kaedah pengajaran yang paling berjaya untuk membangunkan kemahiran berfikir algebra dalam kalangan pelajar Tingkatan Satu, termasuk Aritmetik Generalisasi, Fungsi dan Permodelan. Dengan saiz kesan yang besar, pelajar yang diajar menggunakan kaedah MB menunjukkan prestasi yang lebih baik secara keseluruhan daripada mereka yang diajar menggunakan kaedah PMK.

Intervensi menggunakan Modul KBA telah mewujudkan persekitaran pembelajaran berstruktur berbantuan teknologi untuk pelajar meningkatkan kecekapan mereka dalam pemikiran algebra. Ini selaras dengan dapatan kajian lepas yang dijalankan oleh Yerushalmy (2005) dan Akcaoglu (2014), pelajar yang menerima bantuan teknologi digital mampu menyelesaikan masalah dan menggambarkan hubungan fungsi antara pembolehubah, sekali gus memperkukuh kemahiran menyelesaikan masalah. Denner et al. (2012) seterusnya menyokong bahawa teknologi digital menyumbang kepada peningkatan kebolehan kognitif dan kebolehan menyelesaikan masalah. Selain itu, Szabo et al. (2020) menegaskan bahawa

usaha penyepaduan kandungan matematik dalam penyelesaian masalah boleh meningkatkan kemahiran abad ke-21 serta pemikiran algebra.

Selain itu, pendedahan kepada Modul KBA juga memudahkan perkembangan kemahiran berfikir algebra pelajar melalui penglibatan dalam aktiviti penyelesaian masalah yang kompleks. Dengan menekankan penaaakulan berbanding hafalan, pendekatan penyelesaian masalah Polya dalam algebra menggalakkan pemikiran kritis. Modul KBA juga memudahkan pembelajaran digital aktif, menggalakkan pendekatan konstruktivisme yang memperkasakan pelajar untuk menjana pengetahuan baharu, menangani masalah dan melibatkan diri dalam pemikiran kritis. Penyepaduan model bar digital dalam proses penyelesaian masalah membolehkan pelajar memahami dan melaksanakan strategi penyelesaian masalah. Kaedah heuristik, khususnya pelaksanaan model bar digital membantu pelajar memahami algebra abstrak melalui perwakilan visual. Model bar digital yang digunakan sebagai alat visual dalam kaedah PMPMB meningkatkan kecekapan pelajar dalam menyelesaikan masalah algebra dan memperhalusi kemahiran berfikir algebra.

Walaupun kaedah PMPMB lebih unggul daripada kaedah MB dari segi membangunkan kemahiran berfikir algebra, kaedah MB masih menunjukkan impak yang ketara berbanding kaedah PMK. Kaedah PMK memberi tumpuan terutamanya kepada pendekatan pembelajaran satu arah, yang gagal menyediakan pelajar dengan aktiviti kognitif yang tersusun dengan baik, terutamanya yang berkaitan dengan kemahiran berfikir algebra (Rahman et al., 2022; Ryandi et al., 2018). Kaedah pengajaran konvensional, seperti yang diketengahkan oleh Beneke dan Ostrisky (2008), terbukti tidak mencukupi dalam menggalakkan pembelajaran aktif dan gagal untuk merangsang perbincangan bilik darjah yang bermakna. Selain itu, pergantungan kepada guru untuk mengawal selia jawapan menghalang keupayaan pelajar untuk melibatkan diri dalam perbincangan yang bermanfaat dan mengembangkan idea. Akibatnya, kaedah pengajaran konvensional menghalang perkembangan kemahiran berfikir algebra pelajar.

Aritmetik Generalisasi

Kaedah PMPMB yang menggunakan model penyelesaian masalah Polya dan model bar digital telah memberi peluang kepada pelajar untuk meningkatkan kemahiran berfikir algebra dalam aritmetik generalisasi yang melibatkan manipulasi nombor dan generalisasi yang cekap. Penggunaan visualisasi digital, terutamanya melalui model bar digital, memudahkan penciptaan imej data yang membantu dalam komunikasi maklumat. Proses ini memerlukan penukaran data dari satu bentuk ke bentuk yang lain. Akibatnya, visualisasi data membantu pelajar dalam membangunkan pendekatan mudah untuk memahami data, mengenal pasti dan mempamerkan corak yang tidak biasa dengan cepat sebelum pelajar dapat memupuk kebolehan berfikir. Ziatdinov dan Valles (2022) seterusnya menekankan pelbagai kelebihan aplikasi digital, seperti GeoGebra, dalam bidang algebra, kalkulus, fizik, dan pengaturcaraan linear. Aplikasi ini secara konsisten menyumbang kepada peningkatan prestasi, keupayaan dan kefahaman pelajar kerana ciri-ciri yang wujud membolehkan pelajar terlibat dalam pembelajaran visual, terutamanya untuk topik yang kompleks dan ringkas.

Kaedah PMPMB boleh meluaskan generalisasi dan pemformalan yang melibatkan artikulasi dan perwakilan penyatuan idea yang menjadikan hubungan matematik jelas kelihatan dengan kehadiran teknologi digital. Teknologi digital dianggap sangat penting dalam pengajaran dan pembelajaran algebra (Bokhove & Drijvers, 2012; Kieran, 2007), dan ia mempunyai kesan positif keseluruhan terhadap pencapaian matematik (Li & Ma, 2010; Slavin & Lake, 2008). Tambahan pula, hasil kajian oleh Kieran (2007) menunjukkan bahawa pembelajaran algebra

awal dipengaruhi secara signifikan oleh penggunaan teknologi. Penyertaan pelajar dalam pembelajaran berasaskan teknologi juga dirangsang oleh pendedahan kepada dunia digital (McCrindle & Fell, 2019). Bagi merangsang minat pelajar dan mempercepatkan pembelajaran, para pendidik telah mula mengintegrasikan teknologi ke dalam kurikulum dan proses pengajaran dan pembelajaran.

Walaupun dapatan menunjukkan kecekapan pelajar yang mengikuti kaedah PMPMB menguasai konstruk kemahiran berfikir algebra dalam aritmetik generalisasi, keputusan juga menunjukkan bahawa penguasaan aritmetik generalisasi dalam kalangan pelajar MB adalah lebih tinggi daripada kaedah PMK. Kajian ini disokong oleh penemuan Wong et al. (2020), yang menunjukkan bahawa model bar boleh meningkatkan keupayaan pelajar untuk membina model matematik berdasarkan pemahaman mereka tentang konsep aritmetik berbanding kaedah penyelesaian masalah konvensional. Ini kerana penggunaan model bar membantu pelajar dalam menyelesaikan masalah matematik aras tinggi. Model bar berfungsi sebagai alat untuk pelajar mengukuhkan pemahaman dan mengenal pasti hubungan antara operasi dan penyelesaian yang sesuai untuk mencari jawapan yang munasabah. Ini disokong lagi oleh kajian Baoler (2016) yang menunjukkan bahawa pelajar dapat mentafsir masalah dengan melukis bar segi empat tepat untuk melambangkan situasi masalah dengan penyelesaiannya yang betul dan tepat berbanding kaedah penyelesaian masalah konvensional.

Fungsi

Keupayaan pelajar untuk mewakili hubungan antara kuantiti yang berbeza menggunakan simbol, pembolehubah dan persamaan dalam kaedah pembelajaran PMPMB dan MB juga diperhatikan dalam skor min yang diperoleh dalam kajian ini. Dapatan kajian menunjukkan bahawa konstruk Fungsi dalam kaedah PMPMB menghasilkan skor min yang lebih tinggi secara signifikan berbanding kaedah MB. Perbezaan ini boleh dikaitkan dengan arahan yang terancang dan penggunaan model bar digital sebagai alat tambahan dalam menyelesaikan masalah algebra dalam kaedah PMPMB. Menurut Cuban (2001), alat bantu visual, khususnya yang berkaitan dengan deria penglihatan, menyumbang secara signifikan kepada kefahaman pelajar, menyumbang sehingga 83% daripada impak. Penyepaduan aplikasi model bar berbentuk teknologi digital dalam kaedah PMPMB meningkatkan kebolehan menyelesaikan masalah pelajar. Dapatan ini selari dengan kajian yang dijalankan oleh Shabiralyani et al. (2015) dan Asad et al. (2016), yang menunjukkan bahawa penggunaan bahan visual seperti gambar, animasi, video, dan filem merangsang pemikiran, memulakan perbincangan, dan akhirnya meningkatkan kualiti pembelajaran.

Didapati pencapaian murid menggunakan kaedah PMPMB mengatasi kaedah MB dalam konstruk Fungsi. Moreno dan Fuentes (2021) menyokong pengajaran dan pembelajaran dalam aktiviti matematik yang direka bentuk dalam persekitaran teknologi merangsang dan mengekalkan keadaan positif dalam bilik darjah, meningkatkan proses eksperimen, visualisasi, penaakulan, dan komunikasi langsung melalui pembelajaran berpusatkan pelajar. Pembelajaran berasaskan Modul KBA bukan sahaja menggabungkan teknologi tetapi juga menekankan pengajaran berpusatkan pelajar, memberikan dimensi baharu kepada pelajar untuk memupuk kreativiti mereka sambil melibatkan diri dalam perumusan hubungan antara pembolehubah, corak dan persamaan melalui aktiviti sumbang saran. Cara pelajar membuat generalisasi dan mewujudkan hubungan mempengaruhi justifikasi penyelesaian mereka (Ellis, 2007). Secara tersirat, apabila pelajar membuat generalisasi, mewujudkan hubungan, dan memberikan justifikasi, komunikasi dan kreativiti juga dipertingkatkan, menyumbang kepada pemupukan kemahiran berfikir algebra mereka dalam Fungsi.

Hasil kajian menunjukkan perbezaan yang signifikan dalam skor min antara kaedah MB dan kaedah PMK. Dapatan ini menunjukkan bahawa kaedah MB cemerlang dalam memudahkan perhubungan dan memberikan justifikasi, seterusnya meningkatkan komunikasi dan kreativiti dalam penyelesaian masalah algebra. Kajian yang dijalankan oleh Khairiree (2019) juga mendapati pelajar sekolah menengah rendah mampu mewakili persatuan dan perhubungan menggunakan model bar. Ini membayangkan bahawa penggunaan model bar dalam membincangkan persatuan, perhubungan dan corak mempunyai kesan ketara ke atas keupayaan pelajar untuk menyelesaikan masalah algebra.

Hasil kajian ini disokong lagi oleh penyelidikan yang dijalankan oleh Hofer (2015), yang menunjukkan bahawa kanak-kanak mempunyai kapasiti untuk memahami konsep matematik dan menghargai kepentingan hubungan melalui pengalaman nyata menggunakan Model Bar. Oleh itu, kaedah ini berfungsi untuk merapatkan jurang antara konkrit dan abstrak. Wong et al. (2020) berpendapat bahawa model bar menyediakan pendekatan yang lebih cekap dan diterima secara meluas untuk pengajaran matematik. Dalam keadaan di mana kaedah pengajaran konvensional terbukti tidak berkesan, menjadi penting untuk memperkenalkan intervensi inovatif secara berkala. Proses sistematik untuk melaksanakan strategi model bar boleh membantu dalam menangani masalah pembelajaran yang menghalang penguasaan kemahiran berfikir algebra fungsi, berbeza dengan kaedah PMK. Percanggahan ini timbul kerana kaedah PMK menggunakan pendekatan pengajaran yang memberi penekanan kepada penyelesaian masalah Polya sepanjang proses pengajaran dan pembelajaran namun kekurangan peluang untuk pelajar melibatkan diri berfikir secara kritis tanpa bantuan model bar.

Permodelan

Konstruk terakhir dalam merangsang kemahiran berfikir algebra ialah Permodelan di mana pelajar harus menunjukkan kebolehan menggunakan pembolehubah, terutamanya dalam penyelesaian masalah, dan memahami konsep kesamaan dan makna simbol "sama dengan". Dalam pembangunan pemodelan, pelajar yang mengikuti intervensi PMPMB telah berkembang melalui fasa memahami masalah berdasarkan model bar visual (Kriegler, 2008), menaakul secara algebra melalui konteks generalisasi dan hubungan yang dibentuk dan diwakili dalam pelbagai bentuk seperti simbol dan gambar rajah (Blanton et al., 2017), dan menstruktur data kompleks secara sistematik melalui kaedah heuristik (Marshall et al., 2006). Gambar rajah berdasarkan konsep heuristik juga menjelaskan kuantiti dalam konteks naratif dan hubungan yang wujud di antara mereka, membantu dalam pemahaman konsep abstrak dan seterusnya memudahkan proses penyelesaian masalah (Bishop, 1989). Kaedah pengajaran dan pembelajaran PMPMB menggalakkan pelajar mendekati soalan algebra dengan cara yang lebih sistematik, membimbing mereka langkah demi langkah ke arah mencari penyelesaian dan menggalakkan penerokaan yang lebih terbuka sepanjang proses memahami masalah, merangka strategi penyelesaian, melaksanakan strategi tersebut, dan menyemak semula yang dipilih. penyelesaian, dengan ketersediaan model bar digital.

Kaedah MB menunjukkan tahap prestasi yang lebih rendah dalam konstruk pemodelan berbanding kaedah PMPMB, namun pencapaian skor min ujian pasca kaedah MB menunjukkan peningkatan yang signifikan dan saiz kesan yang besar berbanding kaedah PMK. Ini selaras dengan penemuan Pratiwi et al. (2020) yang menunjukkan bahawa pencapaian kemahiran berfikir algebra dalam kalangan pelajar yang belajar menggunakan gambar rajah dan pemodelan bar adalah lebih tinggi daripada pelajar yang belajar menggunakan pendekatan konvensional. Ini kerana aplikasi jadual dan rajah melibatkan proses menterjemah konsep abstrak dan menggunakan simbol untuk mewakili konsep tidak ketara, seterusnya

meningkatkan kefahaman pelajar. Oleh yang demikian, penggunaan pendekatan penyelesaian masalah algebra untuk meningkatkan kemahiran berfikir algebra dengan bantuan kaedah model bar amat disyorkan dalam pengajaran dan pembelajaran algebra. Ini kerana kaedah MB menyampaikan struktur dan hubungan dalam masalah dengan cara yang bermakna (Winn, 1987) di samping meningkatkan pemahaman pelajar tentang algebra kerana kemasukan tiga mod perwakilan yang berbeza dalam lukisan bar, iaitu penyelesaian berbentuk teks, soalan, gambar rajah yang mewakili hubungan, dan simbol dan persamaan (Ng & Lee, 2009).

Perbezaan skor min antara kaedah MB dan PMK juga ditafsirkan oleh Buzan (2002) yang berpendapat penggunaan alat bantu visual secara sengaja dalam pembelajaran akan merangsang penggunaan serentak otak kiri dan otak kanan, seterusnya memudahkan perkembangan pemikiran dalam kognitif pelajar dan membolehkan pengajaran pemikiran secara berkesan. Dapatan kajian ini turut disokong oleh Chan dan Foong (2013) yang menjelaskan bahawa alat bantu mengajar seperti model bar mengalihkan fokus daripada jawapan akhir kepada proses kerja dan hubungan antara kuantiti yang diketahui dan tidak diketahui. Pendekatan ini meningkatkan kebolehan dan pemikiran pelajar melalui penyusunan idea yang sistematik, sekali gus memudahcara abstraksi dalam pembelajaran algebra.

Selain itu, kaedah pengajaran dan pembelajaran PMK, yang menunjukkan skor min pasca terendah dalam pemodelan berbanding kaedah PMPMB dan MB dan menurun menjelang akhir kajian, adalah disebabkan kurang keutamaan diberikan dalam pengajaran pemikiran. Changwong et al. (2018) menegaskan bahawa ketiadaan penekanan yang jelas terhadap pendekatan pengajaran pemikiran menghalang kecekapan pelajar menggunakan konteks sepenuhnya untuk penyelesaian masalah bagi membangunkan kemahiran berfikir algebra (Booker & Bond, 2009; Kaput, 2008; Kaput et al., 2008; Lins et al., 2001). Toma dan Greca (2018) dan Afsari et al. (2021) menegaskan bahawa kaedah pengajaran dan pembelajaran konvensional tanpa sebarang alat bantu mengajar gagal mewujudkan persekitaran perbincangan yang aktif dan interaktif, yang menghalang keupayaan pelajar untuk melibatkan diri dalam pertukaran idea dan pembentukan penyelesaian. Tambahan pula, Khalaf dan Zin (2018) menegaskan bahawa pelajar meletakkan banyak kepercayaan kepada guru mereka, percaya bahawa mereka akan mempunyai pengaruh yang signifikan terhadap persekitaran pembelajaran di dalam bilik darjah. Objektif pembelajaran yang dihasratkan sukar dicapai kerana tingkah laku pasif pelajar dan kurang penglibatan proaktif.

Kesimpulan

Kajian ini menangani jurang yang sedia ada dalam literatur dengan menyepadukan model bar digital ke dalam penyelesaian masalah Polya iaitu kaedah pengajaran PMPMB melalui penggunaan modul Kemahiran Berfikir Algebra (KBA). Tujuan modul ini adalah untuk meningkatkan kemahiran berfikir algebra pelajar Tingkatan Satu dalam topik Persamaan Linear. Dapatan kajian menunjukkan bahawa pelajar yang diajar menggunakan kaedah PMPMB menunjukkan tahap kemahiran berfikir algebra yang lebih tinggi berbanding pelajar yang diajar menggunakan kaedah MB dan PMK. Keputusan ini menunjukkan bahawa pengajaran eksplisit tentang kemahiran berfikir mempunyai kesan yang lebih besar kepada pelajar. Walau bagaimanapun, dengan mewujudkan persekitaran pembelajaran yang menggalakkan pemikiran algebra semata-mata melalui penggunaan teknik penyelesaian masalah dan model bar adalah tidak mencukupi. Kemasukan model bar digital yang secara eksplisit tentang pengajaran pemikiran adalah perlu untuk memupuk pemikiran algebra dengan berkesan dalam menyelesaikan masalah algebra. Penyelidikan ini menekankan kepentingan menggabungkan pengajaran kemahiran berfikir algebra, melalui penyepaduan teknik

penyelesaian masalah Polya dan bar model digital, ke dalam PdP matematik sekolah menengah. Dengan berbuat demikian, kemahiran berfikir algebra pelajar boleh dipertingkatkan dalam aspek Aritmetik Generalisasi, Fungsi dan Permodelan.

Kajian ini menawarkan bukti kukuh bahawa, untuk menggalakkan pemikiran algebra dalam kalangan pelajar, guru matematik sekolah rendah dan menengah hendaklah memasukkan strategi penyelesaian masalah dan pengajaran kemahiran berfikir (terutamanya, penggunaan bar model digital) dalam kurikulum algebra. Di samping itu, kajian ini menggalakkan lebih banyak penyelidikan tentang kemungkinan faedah menggunakan pelbagai strategi pengajaran dan alat bantu berfikir untuk menggalakkan pelajar Tingkatan Satu berfikir secara algebra tentang mata pelajaran tertentu. Adalah penting untuk membincangkan batasan kaedah penyepaduan PMPMB, walaupun dapatan kajian menunjukkan bahawa ia meningkatkan pemikiran algebra pelajar Tingkatan Satu. Dengan seramai 30 pelajar dalam setiap kaedah pengajaran, saiz sampel kajian adalah kecil dan tidak mewakili keseluruhan pelajar sekolah menengah. Tambahan pula, selepas pengajaran yang dipelajari dalam 10 minggu, data kuantitatif penyelidikan telah dikumpulkan dan dianalisa. Kajian masa depan boleh menggunakan pendekatan kaedah campuran, dengan lebih banyak aktiviti pembelajaran, tempoh kajian yang lebih lama, dan saiz sampel yang lebih besar untuk menilai sepenuhnya kesan penggunaan model bar digital dalam menyelesaikan masalah algebra. Selain itu, membandingkan sekolah luar bandar dan bandar akan menjelaskan cara pemikiran algebra pelajar dipengaruhi oleh persekitaran mereka dalam kelas algebra.

Penghargaan

Penyelidik ingin merakamkan penghargaan kepada Kementerian Pendidikan Tinggi yang telah membiayai kajian ini di bawah Skim Geran Penyelidikan Fundamental (FRGS) Tahun 2021, FRGS/1/2021/SSI0/UMS/02/7.

Rujukan

- Afsari, S., Safitri, I., Harahap, S. K., & Munthe, L. S. (2021). Systematic literature review: Efektivitas pendekatan pendidikan matematika realistik pada pembelajaran matematika. *Indonesian Journal of Intellectual Publication*, 1(3), 189–197.
- Akcaoglu, M. (2014). Learning problem solving through making games at the game design and learning summer program. *Educational Technology, Research and Development*, 62(5), 583–600.
- Anthony, G., & Walshaw, M. (2009). Characteristics of effective teaching of mathematics: A view from the West. *Journal of Mathematics Education*, 2(2), 147–164.
- Asad, K., Tibi, M., & Raiyn, J. (2016). Primary school pupils' attitudes toward learning programming through visual interactive environments. *World Journal of Education*, 6(5), 20–26.
- Baysal, E., & Sevinc, S. (2022). The role of the Singapore bar model in reducing students' errors on algebra word problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 53(2), 289–310.
- Beneke, S., & Ostrosky, M. M. (2008). Teachers' views of the efficacy of incorporating the project approach into classroom practice with diverse learners. *Young Children*, 1, 1-9.
- Beyer, B. K. (1997). *Improving student thinking: A comprehensive approach*. Allyn & Bacon.
- Bishop, A. J. (1989). Review of research on visualization in mathematics education. *Focus on Learning Problems in Mathematics*, 11(1), 7–16.

- Boaler, J., & Sengupta-Irving, T. (2016). The many colors of algebra: The impact of equity focused teaching upon student learning and engagement. *The Journal of Mathematical Behavior*, 41, 179–190. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2015.10.007>
- Bokhove, C., & Drijvers, P. (2012). Effects of feedback in an online algebra intervention. *Technology, knowledge and learning*, 17, 43–59.
- Booker, G., Bond, D., Sparrow, L. & Swan, P. (2009). *Teaching primary mathematics* (4th eds.). Pearson Education Australia.
- Blanton, M., Brizuela, B. M., Gardiner, A. M., Sawrey, K., & Newman-Owens, A. (2017). A progression in first-grade children's thinking about variable and variable notation in functional relationships. *Educational Studies in Mathematics*, 95, 181–202.
- Blanton, M., Isler-Baykal, I., Stroud, R., Stephens, A., Knuth, E., & Gardiner, A. M. (2019a). Growth in children's understanding of generalizing and representing mathematical structure and relationships. *Educational Studies in Mathematics*, 102, 193–219
- Blanton, M., Stroud, R., Stephens, A., Gardiner, A., Stylianou, D., Knuth, E., Isler, I., & Strachota, S. (2019b). Does early algebra matter? The effectiveness of an early algebra intervention in grades 3–5. *American Educational Research Journal*, 56(5), 1930–1972.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2003). Developing elementary teachers' algebra eyes and ears. *Teaching children mathematics*, 10(2), 70–77.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2004). Instructional contexts that support students' transition from arithmetic to algebraic reasoning: Elements of tasks and culture. In R. Nemirovsky, A. S. Rosebery, J. Solomon, & B. Warren (Eds). *Everyday Matters in Science and Mathematics* (pp. 221–244). Routledge.
- Blanton, M. L., & Kaput, J. J. (2005). Characterizing a classroom practice that promotes algebraic reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 36(5), 412–446.
- Brizuela, B. M., & Lara-Roth, S. (2001). Additive relations and function tables. *The Journal of Mathematical Behavior*, 20(3), 309–319.
- Buzan, T., & Buzan, B. (2002). *How to mind map*. Thorsons.
- Carpenter, T. P., Levi, L., Franke, M. L., & Zeringue, J. K. (2005). Algebra in elementary school: Developing relational thinking. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 37(1), 53–59.
- Carraher, D. W., & Schliemann, A. D. (2007). Early algebra and algebraic reasoning. In F. Lester (Eds.), *Handbook of Research in Mathematics Education* (pp. 669–705). Information Age.
- Carraher, D. W., Martinez, M. V., & Schliemann, A. D. (2008). Early algebra and mathematical generalization. *ZDM*, 40, 3–22.
- Chan, E. C. M., & Foong, P. Y. (2013). A conceptual framework for investigating pupils' model development during the mathematical modelling process. *The Mathematics Educator*, 15(1), 1–29.
- Changwong, K., Sukkamart, A., & Sisan, B. (2018). Critical thinking skill development: Analysis of a new learning management model for Thai high schools. *Journal of International Studies*, 11(2), 37–48. <https://doi.org/10.14254/2071-8330.2018/11-2/3>
- Cohen, J. (1988). *Statistical power analysis for the behavioral sciences* (2nd eds.). Erlbaum.
- Costa, A. L., & Brandt, R. (2001). *Developing minds: A resource book for teaching thinking*. ASCD.
- Cuban, L. (2001). *Oversold and underused: Computers in the classroom*. Harvard University. Curriculum Development Division. (2017). *Mathematics curriculum and assessment standards document for form one*. Malaysia Ministry of Education.

- Dendane, A. (2009, April 16). Skills needed for mathematical problem-solving. https://www.analyzemath.com/mathe_problems/paper_1.html
- Denner, J., Werner, L., & Ortiz, E. (2012). Computer games created by middle school girls: Can they be used to measure understanding of computer science concepts? *Computers & Education*, 58(1), 240–249.
- Ellis, A. B. (2007). The influence of reasoning with emergent quantities on students' generalizations. *Cognition and Instruction*, 25(4), 439–478.
- Everitt B. S., & Dunn, G. (1991). *Applied multivariate data analysis*. Edward Arnold.
- Fujii, T., & Stephens, M. (2001). Fostering an understanding of algebraic generalisation through numerical expressions: The role of quasi-variables. In *Proceedings of the 12th ICMI study conference: The future of the teaching and learning of algebra (Vol. 1)* (pp. 258–264). The University of Melbourne.
- Desyarti Safarini, T., Nurashari, R., & Lie, M. W. (2021). Mathematical Problem-Solving Heuristics Used by Students in College Algebra Class. *Journal of Physics: Conference Series*, 1776(1), 012005. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1776/1/012005>
- Grice, J., & Iwasaki, M. (2007). A truly multivariate approach to Manova. *Applied Multivariate Research*, 3, 199–226.
- Godwin, S., & Beswetherick, R. (2003). An investigation into the balance of prescription, experiment and play when learning about the properties of quadratic functions with ICT. *Research in Mathematics Education*, 5(1), 79–95.
- Gurtner, J. L. (1992). Between Logo and mathematics: A road of tunnels and bridges. In C. Hoyles & R. Noss (Eds.), *Learning Mathematics and Logo* (pp. 247–268). MIT.
- Hair, F. J., Anderson, E., Tatham, L. & Black, C. (1998). *Multivariate data analysis* (5th eds.). Prentice Hall.
- Hattie, J., & Yates, G. C. (2013). *Visible learning and the science of how we learn*. Routledge.
- Hegedus, S. J., & Kaput, J. (2003). The Effect of a SimCalc Connected Classroom on Students' Algebraic Thinking. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 3, 47–54.
- Hofer, C. (2015). The introduction of the singapore bar model in year one problem solving: a personal reflection. *The STeP Journal: Student Teacher Perspectives*, 2(2), 107–117.
- Jahudin, J., & Siew, N. M. (2023). An algebraic thinking skill test in problem-solving for seventh graders. *Problems of Education in the 21st Century*, 81(2), 223–243. <https://doi.org/10.33225/pec/23.81.223>
- Jacobs, V. R., Franke, M. L., Carpenter, T. P., Levi, L., & Battey, D. (2007). Professional development focused on children's algebraic reasoning in elementary school. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 258–288.
- Kaput, J., & Schorr, R. (2008). Changing representational infrastructures changes most everything: The case of SimCalc, algebra, and calculus. In M. K. Heid., & G. W. Blume (Ed), *Research on Technology and the Teaching and Learning of Mathematics: Volume 2, Cases and Perspectives* (pp. 211–254). National Council of Teachers of Mathematics.
- Khairiree, K. (2019, December 15-19). *Augmented Reality and Blended Learning: Engaging Students Learn Word Problems with Bar Model and the Geometer's Sketchpad* [Paper presentation]. The 24th Asian Technology Conference in Mathematics. Mathematics and Technology, Leshan, China. https://atcm.mathandtech.org/EP2019/invited/4382019_21756.pdf

- Khalaf, B. K., & Mohammed Zin, Z. B. (2018). Traditional and inquiry-based learning pedagogy: A systematic critical review. *International Journal of Instruction*, 11(4), 545–564.
- Kieran, C. (2007). Learning and teaching algebra at the middle school through college levels: Building meaning for symbols and their manipulation. *Second Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning*, 2, 707–762.
- Küchemann, D. (1978). Children's understanding of numerical variables. *Mathematics in School*, 7(4), 23–26.
- Lesh, R., & Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modelling. In F. Lester (Eds.), *The Handbook of Research on Mathematics Teaching and Learning* (2nd eds.) (pp.763–804). National Council of Teachers of Mathematics.
- Li, Q., & Ma, X. (2010). A meta-analysis of the effects of computer technology on school students' mathematics learning. *Educational Psychology Review*, 22, 215–243.
- Lins, R., Sutherland, R., Rojano, T., Bell, A., & Lins, R. (2001). *Perspectives on School Algebra*. Kluwer Academic.
- Looi, C. K., Ng, F. K., & Kho, T. H. (2007). Technology-enabled pedagogy to bridge bar diagrams to letter-symbolic algebra. In S. Hirashima, U. Hoppe, S.S. Young (Eds), *Supporting Learning Flow through Integrative Technologies* (pp. 29-36). IOS.
- Madani, N. A., Tengah, K. A., & Prahmana, R. C. I. (2018). Using bar model to solve word problems on profit, loss and discount. *Journal of Physics: Conference Series*, 1097(1), 1-10. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/1097/1/012103>
- Mamat, N., & Wahab, M. N. A. (2022). Kajian masalah pembelajaran matematik di kalangan pelajar sekolah rendah luar bandar. *Malaysian Journal of Social Sciences and Humanities*, 7(6), 1-16.
- Marshall, H. D., Murphy, G., & Boston, K. (2006). Three mathematical models for bucking-to-order. *Silva Fennica*, 40(1), 127.
- Mason, J. (1989). Mathematical abstraction as the result of a delicate shift of attention. *For the learning of mathematics*, 9(2), 2–8.
- McCrindle, M., & Fell, A. (2019). *Understanding Generation Z: Recruiting, training and leading the next generation*. McCrindle Research.
- Moreno, J. A. V., & Fuentes, S. R. (2021, December). Virtual Learning Object (VLO), a Digital Resource to Enhance the Development of Algebraic Thinking. In *2021 Machine Learning-Driven Digital Technologies for Educational Innovation Workshop* (pp. 1–7). IEEE.
- Morin, L. L., Watson, S. M. R., Hester, P., & Raver, S. (2017). The use of a bar model drawing to teach word problem solving to students with mathematics difficulties. *Learning Disability Quarterly*, 40(2), 91–104. <https://doi.org/10.1177/0731948717690116>
- Moss, J., & London McNab, S. (2011). An approach to geometric and numeric patterning that fosters second grade students' reasoning and generalizing about functions and co-variation. In *Early algebraization: A global dialogue from multiple perspectives* (pp. 277–301). Springer Berlin Heidelberg.
- Mullis, I. V. S., & Martin, M. O. (2017). *TIMSS 2019 assessment frameworks*. Boston College. <http://timssandpirls.bc.edu/timss2019/frameworks/>
- Mustaffa, N., Said, M. N. H. M., Ismail, Z., & Tasir, Z. (2018, December). Framework of integrating algebraic thinking in problem-based learning via online environment for school students. In *2018 IEEE International Conference on Teaching, Assessment, and Learning for Engineering (TALE)*, pp. 372–378. IEEE.

- Ng, S. F., & Lee, K. (2009). The model method: Singapore children's tool for representing and solving algebraic word problems. *Journal for Research in Mathematics Education*, 40(3), 282–313. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.40.3.0282>
- Novotná, J. (2014). Problem-solving in school mathematics based on heuristic strategies. *Journal on Efficiency and Responsibility in Education and Science*, 7(1), 1–6. <https://doi.org/10.7160/eriesj.2014.070101>
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*. Princeton University.
- Pratiwi, Z. F., & Ayu, M. (2020). The use of describing picture strategy to improve secondary students' speaking skill. *Journal of English Language Teaching and Learning*, 1(2), 38–43.
- Radford, L. (2014). The progressive development of early embodied algebraic thinking. *Mathematics Education Research Journal*, 26, 257–277.
- Rahman, I., Wahyuddin, W., & Halim, S. N. (2022). Analysis of Mathematics Connection Ability in Solving Algebra Problems at VIII Grade Junior High School. *Al Khawarizmi: Jurnal Pendidikan dan Pembelajaran Matematika*, 6(2), 100–109.
- Ralston, N. (2013). *The development and validation of a diagnostic assessment of algebraic thinking skills for students in the elementary grades* [Doctoral dissertation, University of Washington]. <https://digital.lib.washington.edu/researchworks/handle/1773/23606>
- Ralston, N. C., Li, M., & Taylor, C. (2018). The development and initial validation of an assessment of algebraic thinking for students in the elementary grades. *Educational Assessment*, 23(3), 211–227. <https://doi.org/10.1080/10627197.2018.1483191>
- Ramsden, P. (1992). *Teaching and Learning in Higher Education*. Routledge.
- Reiss, K., & Renkl, A. (2002). Learning to prove: The idea of heuristic examples. *Zentralblatt Für Didaktik Der Mathematik*, 34(1), 29–35. <https://doi.org/10.1007/bf02655690>
- Rittle-Johnson, B., & Alibali, M. W. (1999). Conceptual and procedural knowledge of mathematics: Does one lead to the other?. *Journal of Educational Psychology*, 91(1), 175.
- Ryandi, R. B., Somakim, S., & Susanti, E. (2018). Learning combinations through “Handshake.”. *International Journal on Emerging Mathematics Education*, 2(1), 105–118.
- Schliemann, A., Carraher, D., Brizuela, B., Earnest, D., Goodrow, A., Lara-Roth, S., & Peled, I. (2003). Algebra in Elementary School. *International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, 127–134.
- Sfard, A., & Linchevski, L. (1994). The gains and the pitfalls of reification—the case of algebra. *Educational Studies in Mathematics*, 26, 191–228.
- Shabiralyani, G., Hasan, K. S., Hamad, N., & Iqbal, N. (2015). Impact of visual aids in enhancing the learning process case research: District Dera Ghazi Khan. *Journal of Education and Practice*, 6(19), 226–233.
- Slavin, R. E., & Lake, C. (2008). Effective programs in elementary mathematics: A best-evidence synthesis. *Review of Educational Research*, 78(3), 427–515.
- Stacey, K. (2005). The place of problem-solving in contemporary mathematics curriculum documents. *The Journal of Mathematical Behavior*, 24(3-4), 341–350. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2005.09.00>
- Sumintono, B., & Widhiarso, W. (2015). *Aplikasi pemodelan rasch pada assessment pendidikan*. Trim komunikasi.
- Swartz, R. J., & Parks, S. (1994). *Infusing the teaching of critical and creative thinking into content instruction: A lesson design handbook for the elementary grades*. Critical Thinking Books and Software.

- Swartz, R., Costa, A., Beyer, B., Reagan, R., & Kallick, B. (2007). *Thinking based learning; Activating students' potential*. Christopher-Gordon.
- Szabo, Z. K., Körtesi, P., Guncaga, J., Szabo, D., & Neag, R. (2020). Examples of problem-solving strategies in mathematics education supporting the sustainability of 21st-Century skills. *Sustainability*, 12(23), 1–28. <https://doi.org/10.3390/su122310113>
- Toma, R. B., & Greca, I. M. (2018). The effect of integrative STEM instruction on elementary students' attitudes toward science. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 14(4), 1383–1395.
- Usiskin, Z. (1988). Conceptions of school algebra and uses of variable. In A. F. Coxford & A. P. Shulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12* (pp. 8–19). National Council of Teachers of Mathematics.
- Vagner Campeão, & Carvalho, T. (2021). Pensamento algébrico nos anos iniciais do Ensino Fundamental: uma proposta de aplicativo. *Professor de Matemática Online*, 9(3), 412–425. <https://doi.org/10.21711/2319023x2021/pmo929>
- Wakhata, R., Mutarutinya, V., & Balimuttajjo, S. (2023). Exploring the impact of Stein et al.'s levels of cognitive demand in supporting students' mathematics heuristic problem-solving abilities. *Frontiers in Education*, 8. <https://doi.org/10.3389/feduc.2023.949988>
- Winn, B. (1987). Charts, graphs, and diagrams in educational materials. In D. M. Willows & H. A. Houghton (Eds.), *The Psychology of Illustrations* (Vol. 1, pp. 152–198). Springer-Verlag. https://doi.org/10.1007/978-1-4612-4674-9_5
- Wong, W. T., Effendi, M., & Matore, E. M. (2020). Kemahiran penyelesaian masalah berayat matematik melalui model bar: sorotan literatur bersistematik. *Malaysian Journal of Social Sciences and Humanities*, 5(12), 144–159.
- Yerushalmy, M. (2005). Challenging known transitions: Learning and teaching algebra with technology. *For the Learning of Mathematics*, 25(3), 37–42.
- Ziatdinov, R., & Valles Jr, J. R. (2022). Synthesis of modelling, visualization, and programming in GeoGebra as an effective approach for teaching and learning STEM topics. *Mathematics*, 10(3), 1-16. <https://doi.org/10.3390/math10030398>