International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

INTERNATIONAL JOURNAL OF EDUCATION, PSYCHOLOGY AND COUNSELLING (IJEPC)
www.ijepc.com

CARA PELAJAR LEPASAN MENENGAH MEWAKILKAN PENGAMIRAN TENTU

POST-SECONDARY STUDENTS' MODE TO REPRESENT DEFINITE INTEGRAL

Nurhayani Romeo[1*], Roselah Osman[2], Syarifah Yunus[3]

[1] Faculty of Education, UiTM Selangor Branch, Puncak Alam Campus, Malaysia
Email: nurhayani@uitm.edu.my
[2] College of Computing Informatics and Media, UiTM Shah Alam, Malaysia
Email: roselah_osman@uitm.edu.my
[3] Electrical Engineering Department, German-Malaysian Institute, Malaysia
Email: syarifah_yunus@gmi.edu.my
[*] Corresponding Author

Article Info:

Article history:
Received date: 20.03.2023
Revised date: 14.04.2023
Accepted date: 31.05.2023
Published date: 27.06.2023

To cite this document:

Romeo, N., Osman, R., S. Yunus, (2023). Cara Pelajar Lepasan Menengah Mewakilkan Pengamiran Tentu. *International Journal of Education, Psychology and Counseling*, *8* (50), 462-476.

DOI: 10.35631/IJEPC.850033

Abstrak:

Masalah pemahaman pelajar dalam pembelajaran pengamiran tentu menjadi salah satu isu utama dalam kalkulus. Beberapa halangan kognitif telah diketahui yang mana menyebabkan masalah pelajar ketika pembelajaran untuk kali pertama mengenai fungsi tunggal pengamiran. Perbincangan artikel ini menggunakan teori konstruktivisme radikal sebagai landasan teori dan hanya bertumpukan kepada subskonstruk kedua bagi konsep pemahaman yang dikemukakan kepada pelajar iaitu cara pelajar lepasan menengah melakukan perwakilan tentang pengamiran tentu. Kajian kes merupakan reka bentuk bagi kajian ini. Kaedah pemilihan peserta kajian adalah dengan cara persampelan bertujuan, iaitu memilih enam peserta kajian yang terdiri dalam kalangan pelajar diploma semester kedua di institusi pengajian tinggi teknikal, terutamanya mereka yang mengikuti bidang kejuruteraan teknikal. Hasil kajian menunjukkan bahawa pelajar mewakilkan pengamiran tentu boleh dibahagikan kepada tiga kategori, iaitu perwakilan secara grafik, perwakilan secara berangka, dan perwakilan secara skematik.

Kata Kunci:

Konstruktivisme, Pemahaman, Perwakilan, Pengamiran, Kalkulus

Abstract:

The problem of students' understanding in learning Definite Integral is certainly one of the main issues in Calculus. Several cognitive barriers have been identified which cause the problems for students when learning for the

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

first time on single function of integral. for this study. This article uses the theory of radical constructivism as a theoretical foundation, and focuses on the second sub-construct of the students' understanding concept, which is the mode of post-secondary students make representations on Definite Integral. A case study is the design for this study. The method of selecting participants is through purposive sampling, which is selecting six participants who are among Diploma students in second semester at technical higher education institutions, especially those who are in technical engineering field. The results show that the mode of students representing definite integral can certainly be divided into three categories, namely Graphical Representation, Numerical Representation, and Schematic Representation.

Keywords:

Constructivism, Understanding, Representation, Integral, Calculus

Pengenalan

Kemerosotan pencapaian dalam kalkulus oleh pelajar lepasan menengah di institut pengajian tinggi swasta semakin membimbangkan dan tidak memberangsangkan. Walaupun jalan penyelesaian, formula, dan operasi telah berjaya digunakan oleh pelajar yang menunjukkan prestasi yang baik dalam kalkulus di sekolah, namun dalam kajian Nor Hasnida dan Effandi (2011) mengenai prosedur dan pemahaman konsep dalam matematik, mereka mendapati bahawa pelajar cenderung untuk menggunakan prosedur dan bukannya pengetahuan tentang bagaimana prosedur ini dicapai yang mana mereka telah memberi tumpuan kepada pengiraan prosedur sahaja. Tetapi hakikatnya pelajar masih mempunyai masalah untuk membangunkan pemahaman konsep dalam memindahkan pengetahuan matematik iaitu asas kepada kalkulus dengan menggunakan konsep pengamiran dalam cara yang sangat mekanikal kerana kekurangan koordinasi bagi konsep luas kawasan dan kamiran yang telah menjadi suatu masalah biasa (Rubio & Gomez-Chacon, 2011; Hunter, 2011; Tuan Salwani & Effandi, 2012; Sevimli & Delice, 2011, 2012). Beberapa persoalan telah timbul, iaitu sebab pelajar masih tidak memahami konsep pengamiran secara mendalam dan bermakna, masalah yang dihadapi oleh pelajar untuk belajar konsep pengamiran tentu, dan prestasi lemah pelajar dalam tugas kalkulus menunjukkan segala kekurangan kemahiran penaakulan dalam pemahaman pelajar. Mallet (2011) percaya bahawa halangan kognitif adalah sumber utama bagi pelajar untuk mempelajari konsep pengamiran. Oleh itu, kesukaran dalam pembelajaran konsep pengamiran, khususnya pengamiran tentu, sememangnya telah dipilih oleh pengkaji kerana ia menawarkan peluang kepada kajian ini dalam membincangkan isu penting yang berkaitan dengan perwakilan dan hujah yang berguna dalam bidang kejuruteraan apabila pelajar telah menamatkan sijil diploma mereka di kemudian hari.

Kajian Literatur

Banyak kajian lepas telah dijalankan dalam kalangan pelajar cara membuat perwakilan untuk memahami pengamiran tentu. Kajian Chih-Hsien (2012) pula mengkaji perwakilan fleksibiliti pelajar dalam pembelajaran konsep pengamiran. Hasil kajian beliau menunjukkan bahawa penyelarasan antara konsep proses perwakilan grafik dan keupayaan visual merupakan satu masalah penting yang perlu untuk mendapatkan perwakilan fleksibiliti yang sangat baik mengenai konsep pengamiran tentu. Selain itu, kajian Sevimli dan Delice (2011) memberi

International Journal of Education, Psychology and Counseling
IJEPC
EISSN : 0128-164X
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

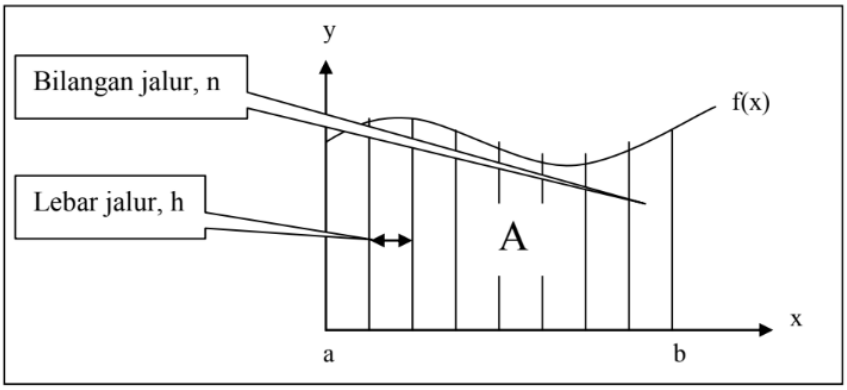
tumpuan cara pelajar memilih pelbagai perwakilan yang berubah dalam masalah pengamiran tentu mengikut jenis proses kognitif. Jadual 1 membentangkan keputusan bagi kajian Sevimli dan Deliceini yang menunjukkan bahawa pelajar umumnya lebih suka perwakilan algebra, yang mana jenis visual merupakan kecenderungan keutamaan pelajar dan dipengaruhi oleh perwakilan input.

Jadual 1: Analisis Pilihan Perwakilan Input dari Peserta

	%	Keutamaan Perwakilan			
		Algebra	Berangka	Grafik	Campuran
Input bagi Perwakilan	Algebra	57	9	20	14
	Berangka	35	21	20	24
	Grafik	54	-	31	15

Sumber: (Smith, C. (Ed.) Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics 31(3) November 2011)

Dalam kajian ini, istilah perwakilan adalah antara subkonstruk pemahaman pelajar menurut teori Radikal Konstruktivisme yang digunapakai, yang akan dibincangkan dalam artikel ini. Perwakilan merujuk hasil aktiviti produktif yang dilakukan individu tertentu yang mana perlu ditafsirkan oleh seorang pentafsir (Nik Azis, 1999). Perwakilan juga merupakan pengetahuan seseorang dalam pelbagai konteks (Von Glasersfeld, 1996), antaranya perwakilan grafik, perwakilan berangka, dan perwakilan skematik, yang diteroka dalam kajian ini. Menurut Hoban (2019) pula, pemahaman mendalam tentang pengamiran tentu didefinisikan sebagai menukar bentuk simbolik dari ungkapan kamiran dihubungkan dengan bentuk secara
grafik, iaitu mengira suatu luas kawasan dengan menggunakan hubungan darab antara integrand dan pembeza, yang berlaku antara graf bagi suatu fungsi dan paksi yang mendatar iaitu paksi-*x*, dengan menggunakan had urutan, a dan b. Pengamiran tentu juga dianggap sebagai pengiraan, sebagai luas sesuatu kawasan, sebagai pengumpulan atau penjumlahan, sebagai perubahan jumlah antara dan, sebagai satu fungsi, dan sebagai objek abstrak (Oberg, 2000). Bagi Hasliza dan Faridah (2014) pula, beberapa perkara utama yang perlu diketahui oleh pelajar dalam topik ini termasuklah penentuan bilangan sela (n), had bawah (a), had atas (b), saiz sela (h), jadual nilai x dan f(x) yang sepadan (rujuk Rajah 1).



Rajah 1: Graf Menunjukkan Luas Di Bawah Lengkung f(x) (A) antara a hingga b
Sumber: ecrim.ptsb.edu.my/

International Journal of Education, Psychology and Counseling
IJEPC
EISSN : 0128-164X
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033
Maka, dalam artikel ini pengkaji memilih beberapa definisi bagi istilah pengamiran tentu yang berkaitan dengan anti terbitan, mencari persamaan daripada fungsi kecerunan, mencari luas kawasan di bawah graf lengkung, dan mencari nilai hampir bagi suatu kamiran tentu dengan pengamiran berangka daripada petua trapezium untuk mendapatkan maklumat yang relevan mengenai cara pelajar lepasan menengah melakukan perwakilan tentang pengamiran tentu.

Metodologi

Kajian kes sebagai reka bentuk kajian dilaksanakan pada pelajar semester kedua yang mengikuti kejuruteraan diploma. Sebanyak enam orang pelajar ditemu duga. Data jenis kualitatif dipilih kerana terdapat beberapa kaedah pengumpulan data yang digunakan dalam kajian ini, antaranya temu duga klinikal, pemerhatian dalam kelas, catatan yang dibuat oleh pengkaji, dan beberapa nota dan imej yang dibuat oleh peserta kajian.

Daripada kajian literatur yang dilakukan, instrumen bagi kajian Rosken & Rolka (2007) telah diadaptasi dalam artikel ini yang mana peranan konsep imej dan konsep definisi bagi pelajar yang mempelajari kalkulus pengamiran dikaji, dan instrument bagi kajian Jones (2010) juga digunakan bagi mengkaji pemahaman pelajar tentang pengamiran dan bagaimana pengetahuan tersebut diaplikasikan dalam bidang fizik dan kejuruteraan.

Terdapat tiga rancangan temu duga klinikal yang dilaksanakan, namun hanya Rancangan Temu Duga Satu sahaja yang mempunyai kaitan dengan subkonstruk pemahaman iaitu Perwakilan yang diteliti dalam artikel ini. Dalam Rancangan Temu Duga Satu, antara tujuan yang dinyatakan adalah untuk mengenal pasti cara pelajar lepasan menengah melakukan perwakilan mengenai pengamiran tentu. Dalam Protokol 2 daripada Rancangan Temu Duga Satu yang telah dijalankan, peserta kajian dikehendaki menunjukkan cara mereka mewakilkan simbol pengamiran tentu dengan melakar suatu luas kawasan di bawah graf lengkung yang dibatasi oleh satah-*xy*. Di samping itu juga, mereka diminta membuat perwakilan tentang hasil tambah ketakterhinggaan dengan mencari penjumlahan bagi luas kawasan beberapa bentuk trapezium yang dilukis di bawah graf lengkung, atau lebih dikenali sebagai Petua Trapezium.

Hasil Kajian

Pemahaman pelajar lepasan menengah tentang pengamiran tentu yang membabitkan perwakilan dianalisis berdasarkan cara mereka melakukan perwakilan bagi pengamiran tentu pada satah-*xy*, dan pengamiran berangka daripada petua trapezium dalam mencari luas kawasan di bawah graf lengkung.

Berdasarkan kajian yang dibuat, pemahaman pelajar lepasan menengah tentang cara mewakilkan pengamiran tentu pada satah-*xy* yang digunakan oleh peserta kajian boleh dikelaskan kepada tiga kategori, iaitu

(i) *Perwakilan secara Grafik* yang melibatkan melukis graf lengkung pada paksi-*x*, melukis graf lengkung pada paksi-*y*, melorek luas kawasan pada paksi-*x*, dan melorek luas kawasan pada paksi-*y*.

(ii) *Perwakilan secara Berangka* membabitkan jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-*x*, jalan kerja menggunakan teorem asas kalkulus pada paksi-*y*, jalan kerja dengan mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan petua trapezium pada paksi-*x*, dan jalan kerja dengan mencari luas kawasan di bawah graf lengkung menggunakan petua trapezium pada paksi-*y*.

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

(iii) *Perwakilan secara Skematik* yang membabitkan penggunaan simbol dari maklumat soalan pengamiran tentu.

Analisis data dibuat pada artikel ini dengan cara melakukan perwakilan tentang pengamiran tentu yang digunakan oleh pelajar lepasan menengah dilampirkan dalam Jadual 2, yang menjelaskan cara perwakilan dalam setiap kategori yang dinyatakan iaitu Perwakilan secara Grafik, Perwakilan secara Berangka, dan Perwakilan secara Skematik, disertai dengan huraian ringkas bagi setiap kategori dan akhir sekali adalah senarai nama peserta kajian yang menggunakan kategori tersebut. Contoh bagi penggunaan kategori tersebut disertakan daripada petikan yang diberi.

Jadual 2: Perwakilan tentang Pengamiran Tentu

Kategori	Huraian	Peserta
Perwakilan secara Grafik	• Melukis graf lengkung pada paksi-x	Semua
	• Melukis graf lengkung pada paksi-y	Amir, Farid, Maria
	• Melorek luas kawasan pada paksi-x	Semua
	• Melorek luas kawasan pada paksi-y	Amir, Farid, Maria
Perwakilan secara Berangka	• Menggunakan jalan kerja daripada teorem asas kalkulus pada paksi-x	Maria
	• Menggunakan jalan kerja daripada teorem asas kalkulus pada paksi-y	Maria
	• Membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada paksi-x	Semua
	• Membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada paksi-y	Semua
Perwakilan secara Skematik	• Menggunakan simbol pengamiran	Nurin, Maria

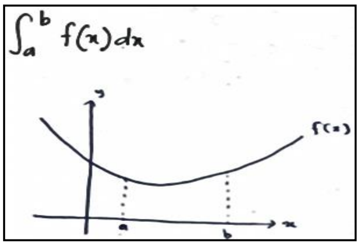
Sumber: Tesis PhD dari Nurhayani Romeo, 2020

Daripada Jadual 2, bagi kategori Perwakilan secara Grafik, didapati semua peserta kajian cenderung menggunakan perwakilan secara grafik tentang pengamiran tentu dengan melukis suatu graf lengkung pada paksi-x. Sebagai contoh salah seorang daripada peserta kajian ialah Hamim, tentang cara perwakilan beliau mengenai pengamiran tentu dipaparkan dalam Petikan 1 dan Petikan 2.

<u>Petikan 1</u>

P: Bagaimanakah kamu mewakilkan tentang pengamiran tentu?
R: Saya boleh pilih ke $f(x)$ tu untuk persamaan linear atau kuadratik?
P: Tak kisah.
R: Simbol $f(x)$ adalah persamaan bagi graf lengkung ni. Saya melukis graf lengkung ni pada paksi-x sebab mewakili simbol dx. Had atas adalah a, dan had bawah adalah b (sambil melukis).

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033



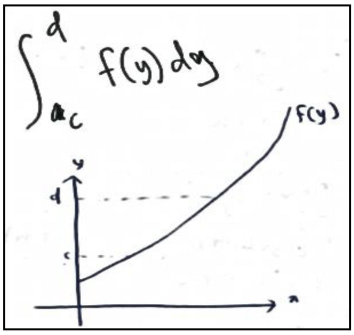
Dalam Petikan 1, perwakilan Hamim tentang pengamiran tentu pada paksi-*x* melibatkan perwakilan secara grafik. Beliau menunjukkan perwakilannya dengan melukis suatu graf lengkung pada paksi-*x*. Beliau menjelaskan simbol *f*(*x*) mewakili sebarang persamaan untuk dikamirkan. Persamaan ini merupakan suatu graf lengkung yang dilukis pada paksi-*x*. Tambah beliau, simbol *dx* menunjukkan suatu luas kawasan bagi graf lengkung yang menuju ke arah paksi-*x*. Begitu juga halnya dengan had atas dan had bawah, iaitu simbol $_a\int^b$, yang mana beliau berpendapat bahawa had bawah kamiran iaitu *a*, dan had atas kamiran iaitu *b*, bagi simbol $_a\int^b$ juga terletak pada paksi-*x*.

Daripada Jadual 2 juga, kajian mendapati hanya dua peserta kajian sahaja yang memberi Perwakilan secara Grafik dengan menulis suatu graf lengkung pada paksi-*y*. Amir merupakan salah seorang peserta kajian yang berbuat demikian seperti yang dipaparkan dalam Petikan 2.

<u>Petikan 2</u>

P: Ada lagi tak yang kamu mahu tambah dalam mewakilkan pengamiran tentu?

R: Ada. Pengamiran tentu juga ada pada paksi-*y* (Sambil melukis).



P: Boleh kamu terangkan?

R: Luas kawasan perlu menghala ke arah paksi-*y*. Sebab simbol *dy* mewakili paksi-*y*. Had bawah dan had atas iaitu *c* dan *d* juga perlu terletak pada paksi-*y*.

Dari Petikan 2, perwakilan yang dilakukan oleh Amir tentang pengamiran tentu pada paksi-*y* juga melibatkan perwakilan secara grafik. Beliau menunjukkan perwakilannya dengan melukis suatu graf lengkung pada satah-*xy*. Beliau menjelaskan simbol *f*(*x*) mewakili sebarang persamaan untuk dikamirkan. Persamaan ini merupakan suatu graf lengkung yang dilukis pada paksi-*y*. Menurut beliau lagi, simbol *dy* menunjukkan suatu luas kawasan bagi graf lengkung yang menuju ke arah paksi-*x*, manakala simbol *dy* pula mewakili bahawa luas kawasan bagi graf lengkung perlu menuju ke arah paksi-*y*. Begitu juga hal nya dengan had atas dan had

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

bawah, iaitu ${}_c\int^d$. Amir berpendapat had bawah kamiran, c, dan had atas kamiran, d, bagi simbol ${}_c\int^d$ terletak pada paksi-y.

Bagi kategori Perwakilan secara Berangka pula, Maria merupakan peserta kajian tunggal menggunakan perwakilan secara berangka dalam memberikan perwakilan tentang pengamiran tentu. Tingkah laku beliau tentang cara perwakilan beliau mengenai pengamiran tentu pada paksi-x dan paksi-y dipaparkan dalam Petikan 3 dan Petikan 4.

Petikan 3

P: Bagaimanakah kamu mewakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Saya nak guna contoh persamaan garis lurus iaitu $f(x) = 2x + 1$, dengan had yang saya pilih antara $x = 2$ dan $x = 4$ (Sambil melukis).

$$\int_2^4 2x + 1 \quad dx$$

P: Boleh kamu terangkan dengan lebih lanjut?

R: Pengamiran tentu ini saya guna jalan kerja petua kuasa x^n. Kalau pada paksi-x, jalan kerja begini (sambil mengira)

x - axis

$$\int_2^4 2x + 1 \; dx$$

$$= \left[\frac{2x^2}{2} + \frac{x}{1}\right]_2^4$$

$$= ((4)^2 + 4) - ((2)^2 + 2)$$

$$= 20 - 6 \quad = 14$$

Maka, jawapan yang saya dapat ialah 14.

Dalam Petikan 3, Maria menjelaskan pengamiran tentu pada paksi-x berdasarkan jalan penyelesaiannya, yang mana langkah pertama bagi menilai pengamiran tentu ialah dengan mendapatkan fungsi antiterbitan $F(x)$ bagi $f(x) = 2x + 1$ dan diikuti dengan mencari nilai $F(4) - F(2)$. Secara ringkasnya, Maria berpendapat ${}_2\int^4 (2x + 1)\, dx = [x^2 + x]_a{}^b = [(4)^2 + (4)] - [(2)^2 + (2)]$, dengan 2 disebut had bawah dan 4 disebut had atas kamiran. Dengan ini, Maria telah menggunakan perwakilan secara berangka iaitu berdasarkan Teorem Asasi Kalkulus, yang mana jika f selanjar dalam selang $[a, b]$ dan fungsi F adalah antiterbitan bagi f dalam $[a, b]$, maka ${}_a\int^b f(x)\, dx = F(b) - F(a)$.

Petikan 4

P: Bagaimana pula dengan paksi-y?

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

R: Pada paksi-y, saya ubah simbol $f(x) = 2x + 1$ jadi simbol $f(y) = (y – 1)/2$ (sambil menulis).

$$y = 2x+1$$
$$y-1 = 2x$$
$$x = \frac{y-1}{2}$$

Kemudian, saya gunakan kaedah yang sama iaitu petua kuasa x^n untuk dapatkan jawapannya (sambil mengira).

y-axis

$$\int_5^9 \frac{y-1}{2}\,dy$$
$$= \int_5^9 \frac{y}{2} - \frac{1}{2}\,dy$$
$$= \frac{1}{2}\left(\frac{y^2}{2}\right) - \frac{y}{2}$$
$$= \left[\frac{y^2}{4} - \frac{y}{2}\right]_5^9$$
$$= \left(\frac{9^2}{4} - \frac{9}{2}\right) - \left(\frac{5^2}{4} - \frac{5}{2}\right)$$
$$= 15.75 - 3.75$$
$$= 12$$

Daripada Petikan 4 pula, Maria menjelaskan pengamiran tentu pada paksi-y berdasarkan jalan penyelesaiannya sama dengan jalan penyelesaiannya pada paksi-x, yang mana langkah pertama bagi menilai pengamiran tentu ialah dengan mendapatkan fungsi antiterbitan $F(y)$ bagi $f(y) = (y – 1) / 2$ dan diikuti dengan mencari nilai $F(9) – F(5)$. Secara ringkasnya, Maria berpendapat ${}_5\int^9 [(y - 1) / 2]\, dx = [(y^2 / 4) – (y / 2)]_5^9 = [((9)^2 /4) – ((9) / 2)] – [((5)^2 / 4) + ((5) / 2)]$, dengan 5 disebut had bawah dan 9 disebut had atas kamiran. Dengan ini, Maria telah menggunakan perwakilan secara berangka iaitu berdasarkan Teorem Asasi Kalkulus, yang mana jika f selanjar dalam selang $[c, d]$ dan fungsi F adalah antiterbitan bagi f dalam $[c, d]$, maka ${}_c\int^d f(y)\, dy = F(d) – F(c)$.

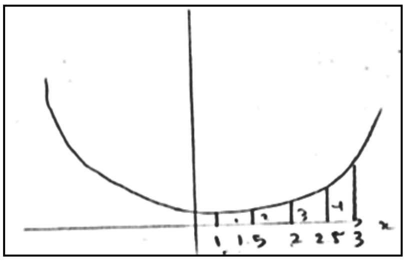
Seterusnya, kesemua peserta kajian didapati cenderung menggunakan perwakilan tentang pengamiran tentu dengan petua trapezium, yang mana boleh dikategorikan dalam perwakilan secara berangka juga. Sebagai contoh tingkah laku Farid dalam Petikan 5 dan Petikan 6, yang merupakan salah seorang daripada peserta kajian yang menggunakan perwakilan secara berangka melibatkan petua trapezium masing-masing pada paksi-x dan paksi-y.

Petikan 5

P: Terangkan apakah langkah yang kamu lakukan dalam mencari luas kawasan di bawah graf dengan menggunakan bentuk trapezium?

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

R: Saya akan membahagikan kepada beberapa trapezium pada graf tersebut. (Melukis empat bentuk trapezium pada graf).

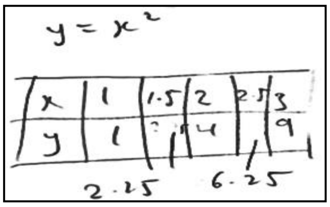


P: Bagaimanakah kamu mendapatkan nilai pada paksi-*x* tersebut?
R: Saya menggunakan kaedah mencari titik tengah antara nilai pada paksi-*x* tadi. Nilai titik tengah antara 1 dan 2 ialah 1.5, dan nilai titik tengah antara 2 dan 3 ialah 2.5.

Berdasarkan Petikan 5, Farid membahagikan graf lengkung kepada empat bentuk trapezium yang sama besar. Kemudian, beliau mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium itu dengan menggunakan formula iaitu A = ½ (y_n + y_{n+1}) × (tinggi trapezium). Untuk mencari ketinggian bagi setiap empat trapezium itu pula, beliau mencari perbezaan antara x_2 = 1.5 dengan x_1 = 1, x_3 = 2 dengan x_2 = 1.5, x_4 = 2.5 dengan x_3 = 2, dan x_4 = 2.5 dengan x_5 = 3. Luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium yang dilukis, dijumlahkan bagi mendapatkan hasil tambah keseluruhan luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut. Jelas beliau, terdapat perbezaan jawapan antara luas kawasan di bawah graf yang menggunakan teorem asas kalkulus dengan luas kawasan di bawah graf yang menggunakan petua trapezium. Menurut beliau, keadaan ini berlaku disebabkan terdapat ruang yang sedikit sahaja di bahagian atas pada bentuk trapezium yang dilukis pada graf lengkung tersebut sekiranya beliau membahagikan graf tersebut kepada beberapa bentuk trapezium.

<u>Petikan 6</u>

P: Bagaimana pula kamu menggunakan petua trapezium untuk mencari luas kawasan di bawah grag lengkung pada paksi-*y*?
R: (Melukis dan mengira nilai pada paksi-*y* menggunakan kaedah jadual). Saya menggunakan jadual bagi mencari nilai pada paksi-*y*.



P: Boleh terangkan cara kamu mencari luas kawasan bagi empat trapezium itu?
R: (Membuat pengiraan luas kawasan bagi empat trapezium).

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

$$1 = \tfrac{1}{2}(1.5 - 1)(2.25 + 1)$$
$$= 0.8125$$
$$2 = \tfrac{1}{2}(2 - 1.5)(4 + 2.25)$$
$$= 1.5625$$
$$3 = \tfrac{1}{2}(2.5 - 2)(6.25 + 4)$$
$$= 2.5625$$
$$4 = \tfrac{1}{2}(3 - 2.5)(9 + 6.25)$$
$$= 3.8125$$

(Mencari jumlah luas kawasan trapezium). Kemudian saya menambahkan luas kawasan bagi empat trapezium ini.

$$\Sigma = 0.8125 + 1.5625 + 2.5625 + 3.8125$$
$$= 8.75 \text{ unit}^2$$

P: Apakah jawapannya?
R: Jawapannya ialah 8.75.

Daripada Petikan 6 pula, Farid membahagikan graf lengkung kepada beberapa bentuk trapezium pada paksi-*y*. Jelas beliau, cara mencari luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium itu dengan menggunakan formula yang sama seperti dalam Petikan 13, iaitu $A = \frac{1}{2}(x_n + x_{n+1}) \times$ (tinggi trapezium). Untuk mendapatkan ketinggian bagi setiap empat trapezium itu pula, beliau mencari perbezaan antara $y_2 = 2.25$ dengan $y_1 = 1$, $y_3 = 4$ dengan $y_2 = 2.25$, $y_4 = 6.25$ dengan $y_3 = 4$, dan $y_4 = 6.25$ dengan $y_5 = 9$. Luas kawasan bagi setiap bentuk trapezium yang dilukis dijumlahkan bagi mendapatkan hasil tambah keseluruhan luas kawasan di bawah graf lengkung tersebut. Farid juga memberi penjelasan yang sama bahawa terdapat perbezaan jawapan antara luas kawasan di bawah graf pada paksi-*y* yang menggunakan teorem asas kalkulus dengan luas kawasan di bawah graf yang menggunakan petua trapezium. Menurut beliau, keadaan ini berlaku disebabkan terdapat ruang yang sedikit sahaja pada graf lengkung di bahagian atas bentuk trapezium yang dilukis sekiranya beliau membahagikan graf tersebut kepada beberapa bentuk trapezium.

Perwakilan secara Skematik adalah kategori ketiga dan terakhir, yang mana terdapat dua peserta kajian sahaja yang melakukan perwakilan secara skematik apabila pengkaji meminta mereka memberikan cara mewakilkan pengamiran tentu. Salah seorang daripadanya adalah Nurin. Cara perwakilan yang dilakukan Nurin adalah menggunakan perwakilan secara skematik, yang mana beliau memberikan simbol pengamiran tentu untuk mewakilkan pengamiran tentu. Berikut merupakan tingkah laku beliau tentang cara perwakilan beliau mengenai pengamiran tentu masing-masing pada paksi-x dan paksi-y dipaparkan dalam Petikan 7 dan Petikan 8.

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

Petikan 7

P: Bagaimanakah kamu mewakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Simbol *f*(*x*) saya banyangkan persamaan kuadratik. Contohnya yang ini (sambil menulis).

$$x^2 + x + 1$$

Persamaan di atas ini sekirannya pengamiran tentu pada paksi-*x*.

P: Apa lagi yang kamu boleh wakilkan tentang pengamiran tentu?

R: Selalunya pengamiran tentu melibatkan contoh soalan mencari isi padu janaan. Jadi, simbol *a* ni adalah had bawah dan *b* adalah had atas, dan mereka ini terletak pada paksi-*x*. Contohnya antara 2 hingga 4 (sambil menulis).

$$\begin{array}{cc} a & b \\ 2 & 4 \end{array}$$

P: Kenapa pada paksi-*x*?

R: Sebab selalunya soalan mencari isi padu janaan ini akan dinyatakan jana pada paksi-*x* atau paksi-*y*, mengikut kehendak soalan.

Berdasarkan Petikan 7, Nurin telah melakukan perwakilan secara skematik mengenai pengamiran tentu pada paksi-*x*. Beliau mewakilkan simbol *f*(*x*) sebagai contoh persamaan kuadratik iaitu $x^2 + x + 1$. Beliau berpendapat simbol *f*(*x*) mesti dalam sebutan *x* kerana dalam soalan pengamiran tentu akan dinyatakan sama ada isi padu yang dicari perlu dijanakan pada paksi-*x* atau paksi-*y*. Sekiranya isi padu dijanakan pada paksi-*x*, maka simbol *f*(*x*) hendaklah dalam sebutan *x*.

Petikan 8

P: Bagaimana pula kalau kehendak soalan apabila isi padu dijanakan pada paksi-*y*?

R: Persamaan akan berubah menjadi sebutan *y* (sambil menulis).

$$y^2 + y + 1$$

Dari Petikan 8, Nurin berpendapat sekiranya soalan isi padu dijanakan pada paksi-*y*, simbol *f*(*y*) akan terbentuk dan berada dalam sebutan *y*, iaitu $y^2 + y + 1$. Tambah beliau, hal yang sama terjadi pada had bawah dan had atas, iaitu *a* dan *b*, terletak pada paksi-*x* sekiranya dijanakan pada paksi-*y*, yang mana had bawah dan had atas kamiran ialah *c* dan *d*.

Perbincangan

Dapatan daripada hasil kajian ini menunjukkan semua pelajar lepasan menengah memilih menggunakan perwakilan secara grafik dalam melukis graf lengkung, yang mana perwakilan yang mereka lakukan adalah sejajar dengan kajian yang dijalankan oleh Rosken dan Rolka (2007), Lawrence (2011) dan Sevimli & Delice (2011) iaitu pendekatan utama dalam melakukan perwakilan tentang pengamiran tentu adalah dengan mencari dan mengira luas

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

kawasan yang disempadani oleh suatu fungsi. Pelajar lepasan menengah melukis graf lengkung sebagai langkah pertama dalam pengamiran tentu yang selari dengan kajian Tuan Salwani & Effandi (2012), Rubio & Gomez-Chacon (2011), Lois & Milevicich (2009), dan Machin (2003) tentang pengamiran tentu iaitu pencarian luas kawasan yang disempadani oleh fungsi ini merupakan salah satu daripada beberapa tafsiran pengamiran tentu yang digunakan.

Hasil kajian juga mendapati semua pelajar membuat perwakilan secara berangka dalam membahagikan luas kawasan di bawah graf lengkung dengan petua trapezium pada satah-*xy*, yang mana sepadan dengan Oberg (2000), Akkoc, Yesildere, & Ozmantar (2007), dan Nik Azis (2008), iaitu pengamiran membabitkan proses membahagikan suatu luas kawasan di bawag graf lengkung kepada beberapa buah trapezium dengan permukaan yang rata dan kemudian pencarian luas bagi setiap trapezium yang kecil itu dilakukan lalu mencari hasil tambah semua luas tersebut untuk mendapat luas bagi keseluruhan kawasan.

Hasil kajian ini juga mendapati hanya seorang pelajar lepasan menengah memilih perwakilan secara berangka menggunakan teorem asasi kalkulus, dan dua orang sahaja yang melakukan perwakilan secara simbolik dalam mewakilkan pengamiran tentu. Ia menunjukkan hasil kajian ini tidak menepati saranan daripada kajian Chih-Hsien (2012) bahawa penyelesaian pengamiran menggunakan teknik prosedural menunjukkan keperluan pelajar dalam mewakilkan kepada bentuk simbolik.

Kesimpulan

Dapatan kajian telah membincangkan isu penting yang berkaitan dengan perwakilan dan hujah yang berguna dalam bidang kejuruteraan kepada pelajar ini, yang mana cara perwakilan boleh dipupuk dan ditingkatkan melalui pemahaman pelajar daripada pembelajaran topik pengamiran tentu yang berkesan. Objektif kajian yang dicapai melalui dapatan kajian yang diperolehi telah mewujudkan satu tema yang sepadan bagi kajian iaitu Tema Visual, seperti dalam Jadual 3. Tema ini dibuat berdasarkan amatan dari pengkaji setelah perbincangan dengan pakar matematik ke atas dapatan kajian ini diperolehi, dipersetujui, dan dibentangkan sebagai sumbangan kajian agar menjadi lebih bermakna dan dapat memberi manfaat akan keperluan kajian ini, dan kajian lanjutan dilakukan.

Jadual 3: Tema Baru Berasaskan Dapatan Kajian bagi Perwakilan

Subkonstruk Pemahaman dalam Kajian	Kategori bagi Subkonstruk	Tema Baru yang Muncul
Perwakilan	Grafik Berangka Skematik	Visual

Sumber: Tesis PhD dari Nurhayani Romeo, 2020

Ianya dipilih kerana pelajar ini dapat memikirkan bagaimana mentafsir masalah pengamiran tentu dengan baik, memilih dan melaksanakan strategi penyelesaian dengan betul, dan membuat penilaian atau penyemakan semula. Penggunaan istilah bagi Tema Visual sebagai tafsiran dan pantulan terhadap gambar dan imej yang dipaparkan secara holistik agar pemikiran pelajar serba boleh dalam mempertimbangkan masalah semakin meningkat dalam pendidikan matematik (Chih-Hsein, 2015). Bagi Maslinah (2016) pula percaya bahawa pengetahuan dan kemahiran asas matematik adalah penentuan tahap kognitif dan keupayaan bervisualisasi bagi seseorang pelajar. Selain itu, Perwakilan yang mereka lakukan menimbulkan suatu visual yang

Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

menarik dan difahamkan boleh mempercepatkan daya serapan ilmu pelajar dalam mempelajari pengetahuan yang disampaikan (Wan Hanim Nadrah, 2015).

Hasil kajian ini memberikan implikasi kepada tiga aspek iaitu implikasi kepada amalan pendidikan, kurikulum matematik lepasan menengah, dan kajian lanjut. Amalan Pendidikan yang perlu dimurnikan merangkumi aspek pengajaran dan pembelajaran tentang pengamiran tentu, aplikasi teori yang digunakan kajian ini dalam bilik darjah, dan pengembangan serta kesedaran pengetahuan asas pelajar yang mendalam tentang pengamiran tentu. Kementerian Pendidikan Malaysia khususnya perlu memikirkan semula dasar dan polisi pendidikan matematik, terutama bidang kalkulus dalam matapelajaran Matematik Tambahan, yang bersesuaian terhadap punca kemerosotan pelajar yang mengambil mata pelajaran kalkulus agar subjek ini tidak lagi dianggap sukar dan menjemukan di peringkat lepasan menengah. Akhir sekali, Kajian lanjutan boleh dilakukan ke atas pelajar pada peringkat ijazah pertama di institusi pengajian tinggi, terutama dalam bidang kejuruteraan, bukan sahaja untuk membantu pelajar mengatasi kesukaran mereka mengenai topik kamiran, malah dapat mengetahui cara pengajaran pengamiran tentu yang berfungsi dengan baik kepada pelajar.

Penghargaan

Kami ingin mengucapkan ribuan terima kasih kepada semua individu dan organisasi yang telah menyumbang dalam penerbitan kertas penyelidikan ini. Pertama sekali, kami ingin merakamkan setinggi-tinggi penghargaan kepada Prof. Dr. Nik Azis Nik Pa dan Datin Prof. Madya Dr Sharifah Norul Akmar Syed Zamri, atas kepakaran, pandangan yang bernas, sokongan dan bimbingan yang tidak berbelah bahagi sepanjang proses penyelidikan ini. Kami juga ingin berterima kasih kepada Jabatan Pra-Universiti & Pengajian Am di German-Malaysian Institute kerana menyediakan sumber dari segi penyediaan peserta dan kemudahan kelas yang kami perlukan bagi menyiapkan kajian ini. Tak lupa juga penghargaan kepada rakan sekerja kami di Fakulti Pendidikan atas maklum balas dan pendapat mereka dengan menolong kami menyediakan artikel yang berkualiti. Akhir sekali, kami ingin mengucapkan terima kasih kepada semua peserta dalam kajian ini atas masa dan kesudian mereka untuk berkongsi pengalaman pembelajaran. Sumbangan mereka tidak ternilai dalam membantu kami memahami topik dan membuat kesimpulan yang bermakna. Kami juga ingin merakamkan penghargaan kami kepada Jurnal Pendidikan, Psikologi dan Kaunseling Antarabangsa kerana sudi menerbitkan artikel yang kami sediakan ini.

References

Akkoc, H., Yesildere, S. & Ozmantar, F. (2007). Prospectives Mathematics Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Definite Integral: The Problem of Limit Process. Dalam D. Kuchemann (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 7-12.

Chin, J. L. (2011). Women and Leadership: Transforming Visions and Current Contexts. *Forum on Public Policy: A Journal of the Oxford Round Table*, (2), 1–12.

Chih, H. H. (2012). Engineering Students' Representational Flexibility – The Case of Definite Integral. World Transactions on Engineering and Technology Education, 10(3), 162-167.

Chih, H. H. (2015). Calculus Students' Visual Thinking of Definite Integral. *American Journal of Educational Research*, 3(4), 476-482.

Hasliza, H., & Faridah, I. (2014). Mengenalpasti Kesalahan Lazim Dalam Topik Petua Trapezium dan Simpson. Jabatan Matematik, Sains dan Komputer, Politeknik Tuanku Sultanah Bahiyah. Retrieved from February 4, 2019, from https://ecrim.ptsb.edu.my/

International Journal of Education, Psychology and Counseling
IJEPC
EISSN : 0128-164X
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

Hoban, R. A. (2019). A Resource for Introducing Students to The Integral Concept. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*. 50(4), 603-616, DOI: 10.1080/0020739X.2018.1480809.

Hunter, J. S. (2011). The Effects of Graphing Calculator Use on High-School Students' Reasoning in Integral Calculus. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of New Orleans, United States.

Jones, S. R. (2010). Applying Mathematics to Physics and Engineering: Symbolic Forms of The Integral. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of Maryland, Baltimore.

Kementerian Pendidikan Malaysia. (2018). Dokumen Standard Kurikulum dan Pentaksiran Tingkatan 4 dan 5 KSSM Matematik Tambahan. Kuala Lumpur: Bahagian Pembangunan Kurikulum, Kementerian Pelajaran Malaysia

Lawrence, B. A. (2011). Constructivized Calculus in College Mathematics (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). Columbia University, New York, United States.

Lois, A. & Milevicich, L. (2009). The Impact of Technological Tools in The Teaching and Learning of Integral Calculus. *Proceedings of CERME 6*, 1060-1069.

Machin, M. C. (2003, Dec). Using Derive to Understand the Concept of Definite Integral. *International Journal for Mathematics Teaching and Learning*, 1-16.

Mallet, D. G. (2011). An Example of Cognitive Obstacles in Advanced Integration: The Case of Scalar Line Integral. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 00(00), 1-5.

Maslinah, L. (2016). Keberkesanan Kaedah Visualisasi: Meningkatkan Keupayaan Menyelesaikan Masalah Matematik Berayat. *Proceeding of International Seminar on Generating Knowledge Through Research (ICECRS), UUM-UMSIDA*, (1), 687-698.

Nik Azis, N. P. (1999). Pendekatan Konstruktivisme Radikal Dalam Pendidikan Matematik. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

Nik Azis, N. P. (2008). Isu-Isu Kritikal Dalam Pendidikan Matematik. Kuala Lumpur: Penerbit Universiti Malaya.

Nor Hasnida, C. G. & Effandi, Z. (2011). Students' Procedural and Conceptual Understanding. *Australian Journal of Basic and Applied Sciences*, 5(7), 684 – 691.

Oberg, T. D. (2000). An Investigation of Undergraduate Calculus Students' Conceptual Understanding of The Definite Integral. (Disertasi kedoktoran tidak diterbitkan). University of Montana, United States.

Rosken, B. & Rolka, K. (2007). Integrating Intuition: The Role of Concept Image and Concept Definition for Students' Learning of Integral Calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, Monograph 3, 181-204.

Rubio, B. S. & Gomez-Chacon, I. Mª (2011). Challenges with Visualization. The Concept of Integral with Undergraduate Students. *Proceedings the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME-7)*, University of Rzeszow, Poland.

Sevimli, E. & Delice, A. (2011). The Investigation of The Relationship Between Calculus Students' Cognitive Process Types and Representation Preferences in Definite Integral Problem. Dalam Smith, C. (Ed.), *Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 31(3). University of Marmara, United Kingdom.

Sevimli, E. & Delice, A. (2012). May Mathematical Thinking Type be a Reason to Decide What Representations to Use in Definite Integral Problem? *In Smith, C. (Ed.), Proceedings of the British Society for Research into Learning Mathematics*, 32(2). University of Marmara, United Kingdom.

International Journal of Education, Psychology and Counseling
EISSN : 0128-164X
IJEPC
Volume 8 Issue 50 (June 2023) PP. 462-476
DOI 10.35631/IJEPC.850033

Tuan Salwani, A. & Effandi, Z. (2012). Module for Learning Integral Calculus with Maple: Lecturers' Views. *The Turkish Online Journal of Educational Technology*, 11(3), 234-245.

Von Glasersfeld, E. (1996). Aspects of Radical Constructivism and Its Educational Recommendations. Dalam L. P. Steffe, P. Nesher, P. Cobb, G. A. Goldin & B. Greer (Eds.), *Theories of Mathematical Learning*, 307-314. Hillsdale, NJ.

Wan Hanim Nadrah, W. M. (2015). Kesan Kaedah Pembelajaran Visual Dalam Usaha Meningkatkan Kefahaman Pelajar Bagi Subjek Matematik II. Universiti Tun Hussein Onn, Malaysia.